

探究加速度与力和质量关系的平衡摩擦研究

何述平

(西北师范大学教育学院物理教育研究所,甘肃 兰州 730070)

摘 要: 定量推证了探究加速度与力和质量关系实验的平衡主要摩擦的方法,澄清了现行教课书、教师用书中的模糊认识;简明推证了实验方法表达式、实验条件,梳理了实验方法;讨论了平衡摩擦的必要性、平衡摩擦方法的特点,深化了探究加速度与力和质量关系实验的认识.

关键词: 平衡摩擦;滚动摩擦;斜面法;牵引法;实验条件

1 引言

“探究加速度与力、质量的关系”实验是普通高中课程标准实验教科书物理 1 的基本而重要的内容,图 1 为实验装置:1 打点计时器,2 纸带,3 小车(总质量 M , 车轮质量 m_1 、半径 r_1),4 细线(张力 T_1),5 定滑轮(质量 m_2 、半径 r_2),6 斜面,7 小桶(总质量 m , 拉力 T_2).^[1,2] 现行教课书、教师用书依次给出了平衡摩擦的方法:① 小车放在木板上,后面固定一条纸带,纸带穿过打点计时器,把木板一侧垫高,以补偿打点计时器对小车的阻力及其他阻力;调节木板的倾斜度,使小车在不受牵引时能拖动纸带沿木板匀速运动.^[1] ② 为了克服木板对小车摩擦力的影响,可将木板不带滑轮的一端稍微抬高一些,使小车的重力沿斜面的分力平衡摩擦力.^[2] ③ 一是将木板不带定滑轮的一端垫高,小车放在木板上,小车后面固定一条纸带,纸带穿过打点计时器,开启打点计时器,适当调节木板的倾斜程度,轻推小车沿斜面匀速运动. 小车重力沿斜面的分力平衡了摩擦阻力. 二是将木板平放,小车放在木板上,小车后面固定纸带,纸带穿过打点计时器,小车前面系细线,细线跨过定滑轮、连小桶,小桶内加适量配重,开启打点计时器,轻推小车沿木板匀速运动. 小桶重力平衡了摩擦阻力.^[3]

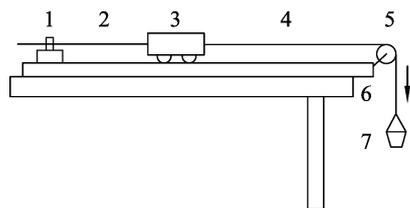


图 1 实验装置图

有人认为仅用垫高木板一侧的方法平衡摩擦时小车受斜面的滑动摩擦,据此讨论平衡摩擦问

题,并得结论:小车质量改变时,不需要重新调整木板的倾斜程度就可平衡摩擦.^[3,4]

然而,图 1 的实验系统(纸带、小车、细线、定滑轮、小桶)受到的主要摩擦是什么?上述平衡摩擦的方法可行否?用垫高木板一侧的方法平衡摩擦时,小车受斜面的滑动摩擦吗(小车车轮沿斜面纯滚动而非滑动,何谈滑动摩擦)?此时若小车质量改变,是否需要重新调节木板的倾角以平衡摩擦?本文就此进行相应的研究,以期解决现行教课书、教师用书中探究加速度与力和质量关系实验装置的有效平衡摩擦的方法问题,澄清相关的模糊认识,奠定合理教学设计的物理基础.

2 平衡摩擦的理论

对图 1 实验装置,综合法(即先斜面法、后牵引法的综合)^[5]未平衡主要摩擦(小车车轮的滚动摩擦、纸带的摩擦阻力),小车车轮无滑滚动,受静摩擦力 f_0 (不计小车车轮、定滑轮的轴摩擦力矩,不计纸带、细线的质量);依据牛顿第二定律、刚体转动定理、无滑滚动方程(运动方向为正方向),有^[6]

$$mg - T_2 = ma, \tag{1}$$

$$(T_2 - T_1)r_2 = I_2\beta_2. \tag{2}$$

$$T_1 + Mg\sin\theta - f_0 - f_1 = Ma. \tag{3}$$

$$f_0r_1 - Mg\delta\cos\theta = I_1\beta_1. \tag{4}$$

$$a = r_2\beta_2 = r_1\beta_1. \tag{5}$$

式中 f_1 为纸带摩擦阻力, $Mg\delta\cos\theta$ 为小车车轮滚动摩擦力矩大小, δ 为滚动摩擦系数,^[7,8] θ 为斜面倾角;由式(1)~(5)式得

$$a = \frac{(mg - f_1) + \left(Mg\sin\theta - \frac{Mg\delta\cos\theta}{r_1}\right)}{M + m + m_e}. \tag{6}$$

式中 $m_e = \frac{I_1}{r_1^2} + \frac{I_2}{r_2^2} \approx \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$ 为折合质量

(J2108 型斜面小车, $m_e \leq 14 \text{ g}$,^[6] 恒量), 式(6)为实验原理表达式, 指明了平衡主要摩擦的具体方法, 有以下两种.

(1) 平衡小车车轮滚动摩擦, 则有

$$Mg\sin\theta - \frac{Mg\delta\cos\theta}{r_1} = 0. \quad (7)$$

由式(7)得 $\theta = \arctan \frac{\delta}{r_1}$ 时, 小车重力沿斜面的分力 $Mg\sin\theta$ 平衡小车车轮的滚动摩擦力 $\frac{Mg\delta\cos\theta}{r_1}$

(即斜面法, 见下文). 式(7)表明: 小车质量变化时, 小车重力沿斜面分力、小车车轮滚动摩擦力同步变化, 但小车重力沿斜面分力始终能平衡小车车轮滚动摩擦力.

(2) 平衡纸带摩擦阻力, 则有

$$m_0g - f_1 = 0. \quad (8)$$

即合适配重的重力 m_0g 平衡纸带的摩擦阻力 f_1 (即牵引法, 见下文; J0203 型电磁打点计时器, $f_1 \leq 2.94 \times 10^{-2} \text{ N}$,^[6] 恒量, 可得 $m_0 \leq 3.00 \text{ g}$).

综合(1)、(2), 得

$$a = \frac{m'g}{M+m+m_e}. \quad (9)$$

式(9)中 $m' = m - m_0$, 即小桶总质量减去配重质量的小桶净质量(产生研究对象加速度的外力质量). 表明: 不计配重的重力 m_0g 为产生研究对象加速度的外力.

3 平衡摩擦的方法

基于上述推证, 得探究加速度与力和质量关系实验装置的有效平衡主要摩擦的方法.

3.1 斜面法

由式(7)知, 斜面倾角合适, 无论小车质量变化与否, 小车重力沿斜面的分力始终能平衡小车车轮的滚动摩擦力; 于是有斜面法: 不连纸带、不系细线, 垫高木板不带定滑轮的一侧, 小车放在斜面上, 调节斜面倾角, 直至轻推小车沿斜面匀速运动.

3.2 牵引法

由式(8)知, 合适配重的重力能平衡纸带的摩擦阻力; 于是有牵引法: 小车后连纸带、前系细线, 纸带穿过打点计时器, 细线平行于斜面, 细线跨过定滑轮、连小袋或小桶, 小袋或小桶中加适量配重, 开启打点计时器, 调节配重质量, 直至轻推小车沿斜面匀速运动.

4 实验方法

为突显教学操作性, 简明推证探究加速度与力和质量关系的实验方法表达式和实验条件, 梳

理实验方法, 并作为下文讨论的基础.

4.1 实验方法表达式和实验条件

(1) M 为研究对象, $m'g$ 为合外力.

若 $M \gg m + m_e$,^[6] 由式(9)得

$$a_1 = \frac{m'g}{M}. \quad (10)$$

式(10)表明: $a_1 - m'g$ 、 $a_1 - \frac{1}{M}$ 均呈线性关系, 均表现为过原点的直线; 式(10)是式(9)的线性近似, 相对误差为

$$\delta_1 = \frac{a_1 - a}{a}. \quad (11)$$

由式(9)~(11)得

$$\delta_1 = \frac{m+m_e}{M}. \quad (12)$$

若取 $\delta_1 \leq 5\%$, 则得

$$\frac{m+m_e}{M} \leq \frac{1}{20}. \quad (13)$$

式(13)为相对误差 $\delta_1 \leq 5\%$ 时实验方法对应的实验条件.

(2) $M+m$ 为研究对象, $m'g$ 为合外力.

若 $M+m \gg m_e$,^[6] 由式(9)得

$$a_2 = \frac{m'g}{M+m}. \quad (14)$$

式(14)表明: $a_2 - m'g$ 、 $a_2 - \frac{1}{M+m}$ 均呈线性关系, 均表现为过原点的直线; 式(14)是式(9)的线性近似, 相对误差为

$$\delta_2 = \frac{a_2 - a}{a}. \quad (15)$$

由式(9)、(14)、(15)得

$$\delta_2 = \frac{m_e}{M+m}. \quad (16)$$

若取 $\delta_2 \leq 5\%$, 则得

$$\frac{m_e}{M+m} \leq \frac{1}{20}. \quad (17)$$

式(17)为相对误差 $\delta_2 \leq 5\%$ 时实验方法对应的实验条件.

4.2 实验方法

分别按上述斜面法、牵引法平衡摩擦后, 有如下 2 种具体实验方法.

(1) M 为研究对象, $m'g$ 为合外力(M 法).

按实验方法表达式(10)和实验条件式(13), M 恒定, 改变 m , 得 $a_1 - m'g$ 图线; m 恒定, 改变 M , 得 $a_1 - \frac{1}{M}$ 图线.

(2) $M+m$ 为研究对象, $m'g$ 为合外力(M^+ 法).

按实验方法表达式(14)和实验条件式(17), $M+m$ 恒定, 通过 M 、 m 的增减以改变 m , 得 $a_2 - m'g$ 图线; m 恒定, 改变 M 即改变 $M+m$, 得 $a_2 - \frac{1}{M+m}$ 图线.

5 讨论

5.1 平衡摩擦的必要性

令 $f = Mg \sin \theta - \frac{Mg \delta \cos \theta}{r_1} + m_0 g - f_1$, 由式(6)得, $a = \frac{m'g + f}{M + m + m_c}$. 对 M 法, 有 $a_1 = \frac{f}{M} + \frac{m'g}{M}$ 或 $a_1 = (f + m'g) \cdot \frac{1}{M}$; ① 平衡不足, $f < 0$; ② 平衡适度, $f = 0$; ③ 平衡过度, $f > 0$; 依次对应 $a_1 - m'g$ 图像、 $a_1 - \frac{1}{M}$ 图像中截距不同、斜率不同的图线 ①、②、③, 分别如图 2、图 3 所示. 对 M^+ 法, 有 $a_2 = \frac{f}{M+m} + \frac{m'g}{M+m}$ 或 $a_2 = \frac{f+m'g}{M+m}$; 对应 $a_2 - m'g$ 图像、 $a_2 - \frac{1}{M+m}$ 图像的 3 种情形与 M 法的类同, 但截距、斜率与 M 法的不同. 因此, 平衡摩擦不仅显得必要, 而且应分别按上述斜面法、牵引法实施.

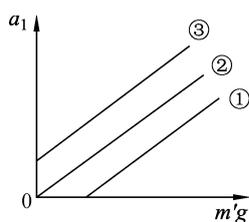


图 2 $a_1 - m'g$ 图像

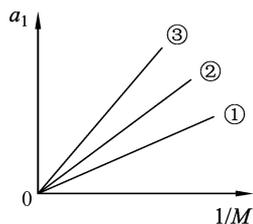


图 3 $a_1 - \frac{1}{M}$ 图像

5.2 平衡摩擦方法的特点

现行教课书、教师用书中平衡摩擦的方法可称为纸带式斜面法、^[1-3]纸带式牵引法,^[3]是一步平衡法;由式(6)知,可以平衡主要摩擦(小车车轮滚动摩擦、纸带摩擦阻力);但小车质量变化时,需重新调节斜面倾角或配重质量,这样不仅繁琐,而且可能很难平衡(小车重力沿斜面分力或配重重力、小车车轮滚动摩擦为变量,而纸带摩擦阻力为恒量),且增大加速度测定的随机误差.因此,现行教课书、教师用书中平衡摩擦的方法并非简捷、可行的方法;由上述推证、讨论知,

探究加速度与力和质量关系的图 1 实验装置的平衡摩擦的简捷、可行方法是两步平衡法——斜面法、牵引法.

此外,小车质量变化时,小车车轮的静摩擦力为变量,但不影响实验系统的加速度的量值(参见式(6),静摩擦力仅起将转动转化为平动的作用).

5.3 配重质量的处理

由式(10)、(14)知,不计配重的重力为产生研究对象加速度的外力,但需计入配重的质量为研究对象(M^+ 法,而 M 法例外)的质量.

6 结语

本文定量推证了探究加速度与力和质量关系实验的平衡主要摩擦的方法,讨论了平衡摩擦的必要性、平衡摩擦方法的特点、配重质量的处理,澄清了平衡摩擦的相关模糊认识;简明推证了探究加速度与力和质量关系的实验方法表达式、实验条件,梳理了实验方法;提供了探究加速度与力和质量关系实验的完备知识(主要摩擦,实验原理,实验方法表达式,实验条件)和可行方法(平衡摩擦方法,实验方法),奠定了合理教学设计的物理基础.

参考文献:

- 1 人民教育出版社课程教材研究所,物理课程教材研究开发中心.普通高中课程标准实验教科书物理 1(第 3 版)[M].北京:人民教育出版社,2010:73.
- 2 束炳如,何润伟.普通高中课程标准实验教科书物理 1(第 3 版)[M].上海:上海科技教育出版社,2007:108,110.
- 3 束炳如,何润伟.普通高中课程标准实验教科书物理 1 教师用书(第 2 版)[M].上海:上海科技教育出版社,2007:168-169.
- 4 刘成刚.补偿阻力的问题讨论[J].物理教师,2015:36(5):88-89.
- 5 王兴乃,罗栋国.高中物理实验大全(第 1 册)[M].北京:电子工业出版社,1989:230.
- 6 陶洪.物理实验论[M].南宁:广西教育出版社,1996:122-126.
- 7 漆安慎,杜婵英.力学(第 2 版)[M].北京:高等教育出版社,1997:220-221.
- 8 谢传锋,汪恩松,丁新.理论力学[M].北京:中央广播电视大学出版社,1987:189-192.

(收稿日期:2015-09-07)