

# 伏伏法测电源电动势和内阻的方法探究

何述平

(西北师范大学教育学院物理教育研究所, 甘肃 兰州 730070)

摘要: 原理方法是物理实验的基本内容. 本文较深入地探究了伏伏法测电源电动势和内阻的原理方法, 结论表明, 有 4 种不同准确程度的具体方法; 讨论了具体方法的系统误差、特点比较、两种线性化方式谁更合理的问题.

关键词: 伏伏法; 电动势; 内阻; 系统误差; 原理方法

## 1 引言

测电源电动势和内阻实验是普通高中课程标准实验教科书物理选修 3-1 的基本而重要的内容,<sup>[1,2]</sup>其基本原理方法有伏安法、伏阻法、安阻法,<sup>[1-6]</sup>其拓展原理方法有伏伏法、安安法;<sup>[6,7]</sup>然而, 伏伏法测电源电动势和内阻似乎仅有一种方法, 是否还有其他方法? 又有怎样的特点? 本文就此进行相应的探究, 以明晰伏伏法测电源电动势和内阻的不同准确程度的具体方法, 并为其教学设计奠定层次性、开放性的理论基础.

## 2 方法探究

伏伏法测电源电动势和内阻( $E, r$ )的电路如图 1,  $R_0$  为已知定值电阻,  $R$  为滑动变阻器, 闭合 S, 调节  $R$ , 电压表  $V_1, V_2$  (内阻分别为  $R_{V1}, R_{V2}$ ) 的示数分别为  $U_1, U_2$ ; 通过实验原理方法的探究, 可概括得下述 4 种具体方法.

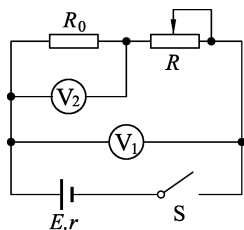


图 1 伏伏法原理图

### 2.1 准确法

参见图 1, 由闭合电路欧姆定律有

$$E = U_1 + \left( \frac{U_1}{R_{V1}} + \frac{U_2}{R_{\#}} \right) r, \quad (1)$$

其中  $R_{\#}$  表示  $R_0$  和  $R_{V2}$  并联电阻值.

式(1)线性化, 有以下两种方式.

方式 I.

由式(1)得

$$U_1 = \frac{R_{V1}}{R_{V1} + r} \left( E - \frac{r}{R_{\#}} U_2 \right). \quad (2)$$

式(2)表明,  $U_1$  与  $U_2$  呈线性关系( $E, r$  为恒量). 于是测多组数据 ( $U_{2i}, U_{1i}$ ), 图像法处理数据<sup>[8]</sup> 得  $E_{\text{准1测}}, r_{\text{准1测}}$  (需知  $R_0, R_{V1}, R_{V2}$ ).

方式 II.

由式(1)得

$$U_2 = \frac{R_{\#}}{r} \left( E - \frac{R_{V1} + r}{R_{V1}} U_1 \right). \quad (3)$$

式(3)表明,  $U_2$  与  $U_1$  呈线性关系( $E, r$  为恒量). 于是测多组数据 ( $U_{1i}, U_{2i}$ ), 图像法处理数据得  $E_{\text{准2测}}, r_{\text{准2测}}$  (需知  $R_0, R_{V1}, R_{V2}$ ).

### 2.2 等效法

参见图 1, 将电压表  $V_2$  和定值电阻  $R_0$  的并联视作等效电流表, 则有  $R_{eA} = R_{\#}$ ; 不考虑电压表  $V_2$  分流的影响, 则等效电流为  $I_e = \frac{U_2}{R_0}$ , 即不考虑电压表  $V_2$  分流对测电源内电压的影响, 由闭合电路欧姆定律有

$$E = U_1 + \left( \frac{U_1}{R_{V1}} + \frac{U_2}{R_0} \right) r. \quad (4)$$

式(4)线性化, 有以下两种方式.

方式 I.

由式(4)得

$$U_1 = \frac{R_{V1}}{R_{V1} + r} \left( E - \frac{r}{R_0} U_2 \right). \quad (5)$$

式(5)表明,  $U_1$  与  $U_2$  呈线性关系( $E, r$  为恒量). 于是测多组数据 ( $U_{2i}, U_{1i}$ ), 图像法处理数据得  $E_{\text{等1测}}, r_{\text{等1测}}$  (需知  $R_0, R_{V1}$ ).

方式 II.

由式(4)得

$$U_2 = \frac{R_0}{r} \left( E - \frac{R_{V1} + r}{R_{V1}} U_1 \right). \quad (6)$$

式(6)表明,  $U_2$  与  $U_1$  呈线性关系( $E, r$  为恒量). 于是测多组数据  $(U_{1i}, U_{2i})$ , 图像法处理数据得  $E_{\text{等2测}}, r_{\text{等2测}}$  (需知  $R_0, R_{V1}$ ).

### 2.3 常规法

参见图 1, 不考虑电压表  $V_1$  的分流影响, 即不考虑电压表  $V_1$  分流对测电源内电压的影响, 由闭合电路欧姆定律有

$$E = U_1 + \frac{U_2}{R_{\text{并}}}. \quad (7)$$

式(7)线性化, 有以下两种方式.

方式 I.

由式(7)得

$$U_1 = E - \frac{r}{R_{\text{并}}} U_2. \quad (8)$$

式(8)表明,  $U_1$  与  $U_2$  呈线性关系( $E, r$  为恒量). 于是测多组数据  $(U_{2i}, U_{1i})$ , 图像法处理数据得  $E_{\text{等1测}}, r_{\text{等1测}}$  (需知  $R_0, R_{V2}$ ).

方式 II.

由式(7)得

$$U_2 = \frac{R_{\text{并}}}{r} (E - U_1). \quad (9)$$

式(9)表明,  $U_2$  与  $U_1$  呈线性关系( $E, r$  为恒量). 于是测多组数据  $(U_{1i}, U_{2i})$ , 图像法处理数据得  $E_{\text{等2测}}, r_{\text{等2测}}$  (需知  $R_0, R_{V2}$ ).

### 2.4 二级法

参见图 1, 不考虑电压表  $V_1, V_2$  的分流影响, 即不考虑电压表  $V_1, V_2$  分流对测电源内电压的影响, 由闭合电路欧姆定律有

$$E = U_1 + \frac{U_2}{R_0} r, \quad (10)$$

式(10)线性化, 有以下两种方式.

方式 I.

由式(10)得

$$U_1 = E - \frac{r}{R_0} U_2. \quad (11)$$

式(11)表明,  $U_1$  与  $U_2$  呈线性关系( $E, r$  为恒量). 于是测多组数据  $(U_{2i}, U_{1i})$ , 图像法处理数据得  $E_{21\text{测}}, r_{21\text{测}}$  (需知  $R_0$ ).

方式 II.

由式(10)得

$$U_2 = \frac{R_0}{r} (E - U_1). \quad (12)$$

式(12)表明,  $U_2$  与  $U_1$  呈线性关系( $E, r$  为恒量).

于是测多组数据  $(U_{1i}, U_{2i})$ , 图像法处理数据得  $E_{22\text{测}}, r_{22\text{测}}$  (需知  $R_0$ ).

## 3 讨论

### 3.1 系统误差

#### 3.1.1 等效法的系统误差

比较式(5)、(2)或式(6)、(3), 得

$$\begin{aligned} E_{\text{等测}} &= \frac{R_{V1} R_{V2}}{R_{V1} R_{V2} - R_0 r} E, \\ r_{\text{等测}} &= \frac{R_{V1} (R_{V2} + R_0)}{R_{V1} R_{V2} - R_0 r} r. \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)表明, 伏伏法的等效法测电源( $E, r$ )中, 电压表  $V_1, V_2$  内阻  $R_{V1}, R_{V2}$  和定值电阻  $R_0$  对测电源电动势  $E$  和内阻  $r$  带来影响( $R_{V1} \rightarrow \infty$  和  $R_{V2} \rightarrow \infty$  时, 影响为零). 由式(13)得  $E_{\text{等测}}, r_{\text{等测}}$  的相对系统误差分别为

$$\begin{aligned} \delta_{E\text{等}} &= \frac{R_0 r}{R_{V1} R_{V2} - R_0 r}, \\ \delta_{r\text{等}} &= \frac{R_0 (R_{V1} + r)}{R_{V1} R_{V2} - R_0 r}. \end{aligned} \quad (14)$$

另外, 由式(13)得

$$\begin{aligned} E_{\text{等修}} &= \frac{R_{V1} (R_{V2} + R_0)}{R_{V1} R_{V2} + (R_{V1} + r_{\text{等测}}) R_0} E_{\text{等测}}, \\ r_{\text{等修}} &= \frac{R_{V1} R_{V2}}{R_{V1} R_{V2} + (R_{V1} + r_{\text{等测}}) R_0} r_{\text{等测}}. \end{aligned} \quad (15)$$

由式(15)可得测量值的修正值  $E_{\text{等修}}, r_{\text{等修}}$  ( $R_0, R_{V1}, R_{V2}$  已知时).

#### 3.1.2 常规法的系统误差

比较式(8)、(2)或式(9)、(3), 得

$$\begin{aligned} E_{\text{常测}} &= \frac{R_{V1}}{R_{V1} + r} E, \\ r_{\text{常测}} &= \frac{R_{V1}}{R_{V1} + r} r. \end{aligned} \quad (16)$$

式(16)表明, 伏伏法的常规法测电源( $E, r$ )中, 仅电压表  $V_1$  内阻  $R_{V1}$  对测电源电动势  $E$  和内阻  $r$  带来影响( $R_{V1} \rightarrow \infty$  时, 影响为零). 由式(16)得  $E_{\text{常测}}, r_{\text{常测}}$  的相对系统误差均为

$$\delta_{E\text{常}} = \delta_{r\text{常}} = \frac{r}{R_{V1} + r}. \quad (17)$$

另外, 由式(16)得

$$\begin{aligned} E_{\text{常修}} &= \frac{R_{V1}}{R_{V1} - r_{\text{常测}}} E_{\text{常测}}, \\ r_{\text{常修}} &= \frac{R_{V1}}{R_{V1} - r_{\text{常测}}} r_{\text{常测}}. \end{aligned} \quad (18)$$

由式(18)可得测量值的修正值  $E_{\text{常修}}, r_{\text{常修}}$  ( $R_{V1}$  已知时).

### 3.1.3 二级法的系统误差

比较式(11)、(2)或式(12)、(3),得

$$E_{2\text{测}} = \frac{R_{V1}}{R_{V1} + r} E,$$

$$r_{2\text{测}} = \frac{R_{V1}(R_{V2} + R_0)}{(R_{V1} + r)R_{V2}} r. \quad (19)$$

式(19)表明,伏伏法的二级法测电源( $E, r$ )中,仅电压表  $V_1$  内阻  $R_{V1}$  对测电源电动势  $E$  带来影响( $R_{V1} \rightarrow \infty$ 时,影响为零),电压表  $V_1, V_2$  内阻  $R_{V1}, R_{V2}$  和定值电阻  $R_0$  对测电源内阻  $r$  带来影响( $R_{V1} \rightarrow \infty$ 和  $R_{V2} \rightarrow \infty$ 时,影响为零).由式(19)得  $E_{2\text{测}}, r_{2\text{测}}$  的相对系统误差分别为

$$\delta_{E2} = \frac{r}{R_{V1} + r},$$

$$\delta_{r2} = \frac{R_{V1}R_0 - R_{V2}r}{(R_{V1} + r)R_{V2}}. \quad (20)$$

另外,由式(19)得

$$E_{2\text{修}} = \frac{R_{V1}(R_{V2} + R_0)}{R_{V1}(R_{V2} + R_0) - R_{V2}r_{2\text{测}}} E_{2\text{测}},$$

$$r_{2\text{修}} = \frac{R_{V1}R_{V2}r_{2\text{测}}}{R_{V1}(R_{V2} + R_0) - R_{V2}r_{2\text{测}}}. \quad (21)$$

由式(21)可得测量值的修正值  $E_{2\text{修}}, r_{2\text{修}}$  ( $R_0, R_{V1}, R_{V2}$  已知时).

### 3.2 特点比较

由式(1)、(4)、(7)、(10)的适用条件知,准确法是无系统误差的方法;等效法、常规法是有系统误差的方法,且为一级近似方法;二级法是有系统误差的方法,且为二级近似方法.

由式(2)、(3)知,准确法需已知电压表  $V_1, V_2$  内阻  $R_{V1}, R_{V2}$ ;由式(5)、(6)知,等效法需已知电压表  $V_1$  内阻  $R_{V1}$ ;由式(8)、(9)知,常规法需已知电压表  $V_2$  内阻  $R_{V2}$ ;由式(11)、(12)知,二级法则不需要知  $R_{V1}, R_{V2}$ .

由相应实验参量知,  $r < 1 \Omega, R_0$  约几  $\Omega, R_{V1}, R_{V2}$  约几千  $\Omega$ ;进而由式(14)、(17)、(20)得,  $\delta_{E\text{等}} < \delta_{E\text{常}} = \delta_{E2}, \delta_{r\text{常}} < \delta_{r2} < \delta_{r\text{等}}$ ;但它们相差不大.因此,伏伏法测电源电动势和内阻的4种具体方法的准确程度依次为:对测电源电动势,准确法最高、常规法和二级法最低;对测电源内阻,准确法最高、等效法最低.这就为伏伏法测电源电动势和内阻的教学设计奠定了层次性、开放性的理论基础.

### 3.3 谁更合理

式(1)、(4)、(7)、(10)线性化均有I、II等两种方式,即  $U_1 - U_2, U_2 - U_1$  线性关系,那么谁更合理?

式(1)、(4)、(7)、(10)的两种线性化方式可归结为线性函数的自变量的选取.依据拟合直线的自变量的选取原则,<sup>[9]</sup>由实测数据估算  $\frac{|dU_1|_{\text{max}}}{U_{1\text{max}} - U_{1\text{min}}}, \frac{|dU_2|_{\text{max}}}{U_{2\text{max}} - U_{2\text{min}}}$  (即物理量的最大绝对误差与其变化幅度之比),选取较小者的物理量作为自变量更合理,进而确定  $U_1 - U_2, U_2 - U_1$  线性关系谁更合理.

### 4 结语

本文较深入地探究了伏伏法测电源电动势和内阻的实验原理方法的不同准确程度的4种具体方法,讨论了具体方法的系统误差、特点比较、两种线性化方式谁更合理的问题,奠定了伏伏法测电源电动势和内阻实验的层次性、开放性的理论基础.伏伏法作为测电源电动势和内阻的拓展实验原理方法,呈现了深入理解、灵活运用闭合电路欧姆定律的内容,体现了普通高中物理课程的内容理念的時代性、实施理念的多样性,并突出了开放性.伏伏法测电源电动势和内阻的4种具体方法可作为普通高中物理学方法论教育的显性化内容,进而有效地培养与提升学生的物理实验能力.

#### 参考文献:

- 1 人民教育出版社课程教材研究所,物理课程教材研究开发中心.普通高中课程标准实验教科书·物理选修3-1(第3版)[M].北京:人民教育出版社,2010:70-72.
- 2 束炳如,何润伟.普通高中课程标准实验教科书·物理选修3-1(第2版)[M].上海:上海科技教育出版社,2007:82-83.
- 3 陶洪.物理实验论[M].南宁:广西教育出版社,1996:174-177,206-207.
- 4 王兴乃,罗栋国.高中物理实验大全(第2册)[M].北京:电子工业出版社,1989:279-290.
- 5 安忠,刘炳昇.中学物理实验教学研究[M].北京:高等教育出版社,1986:237-238.
- 6 何勇.“测量电源的电动势和内阻”的实验探究方法[J].物理教师,2012,33(9):23-25.
- 7 何述平.安安法测量电源电动势和内阻的方法探究[J].物理教师,2013,34(9):11-13.
- 8 何述平.图像法处理测电源电动势和内阻数据的研究[J].物理教师,2013,34(8):58-60.
- 9 朱鹤年.新概念物理实验测量引论:数据分析与不确定度评定基础[M].北京:高等教育出版社,2007:18.

(收稿日期:2015-01-09)