

# 2011版新课标下初中数学教材 习题难度的比较研究

——以人教版、北师大版及华东师大版“一元二次方程”一章为例

李保臻, 马姗姗, 房得阳

(西北师范大学教育学院, 甘肃 兰州 730000)

**[摘要]** 以2011版新课标视域下人教版、北师大版及华东师大版初中数学教材“一元二次方程”一章的习题为研究对象, 主要从习题的知识点含量、背景水平及数学认知水平三个方面对习题的综合难度进行了比较分析。从知识点含量来看, 北师大版教材本章的习题知识点分布均匀, 相对来说习题配置较高; 从背景水平来看, 三版本教材本章习题均以无背景题为主, 有背景的题占习题总量的比例北师大版最高; 从习题的认知水平来看, 三版本教材本章习题都含有四种认知水平, 其中人教版以基础计算题为主, 北师大版实际应用题居多, 华东师大版以基础概念题为主, 而探究、开放类习题三版本教材均偏少。因此, 研究建议数学教师应结合不同版本教材习题的设置特点有针对性地进行教学。

**[关键词]** 新课标数学教材; 习题难度; 比较; 一元二次方程

## 一、引言

近年来, 我国学者针对教材习题做了许多相关的比较研究, 概括起来主要是从数量、类型、认知水平以及难易程度等方面进行的。如高文君、鲍建生对中美教材习题的比较研究<sup>[1]</sup>以及吕世虎、孙学敏对中新初中数学教材中概率习题部分的比较研究<sup>[2]</sup>等主要是从数量及认知水平出发进行比较的; 吴立宝对中澳数学教科书习题的比较研究<sup>[3]</sup>、王郢等对中俄数学教科书分数习题的比较研究<sup>[4]</sup>, 以及贾随军等对中美教材习题的比较<sup>[5]</sup>等主要都是从数量、类型以及难易程度几方面进行比较研究的。

整体来看, “难度的比较”是学者们在比较不同版本数学教材习题时所关注的一个重要方面, 也是广大一线数学教师在选择与分析不同类型题目时很难把控的一个教学内容。“一元二次方程”是初中数学教材中的重要内容, 作为解决实际问题的基础模型, 它不仅是一元一次方程与二次开方的延伸, 也是学习一元二次不等式、二次函数和二次曲线等

知识的基础, 因此, 对不同版本初中数学教材中“一元二次方程”一章习题的综合难度进行比较研究很有必要。另外, 为了便于比较, 本研究特做这样的规定: 论文中若“习题”单独出现时, 即指“练习题”“习题”及“复习题”的总称, 而当“习题”与“练习题”、“习题”与“复习题”并列出现时, 则专指教材中每一节的课后习题部分。

## 二、研究对象及方法

### (一) 研究对象及问题

本研究以《义务教育数学课程标准(2011年版)》<sup>[6]</sup>(以下简称《课标(2011版)》)指导下人民教育出版社、北京师范大学出版社以及华东师范大学出版社出版的九年级上册义务教育教科书《数学》(以下分别简称“人教版”<sup>[7]</sup>“北师大版”<sup>[8]</sup>以及“华东师大版”<sup>[9]</sup>)中“一元二次方程”一章的习题为研究对象, 对其综合难度进行比较研究。

### (二) 研究方法与工具

本研究以微调之后的鲍建生综合难度模型法

**[基金项目]** 2011年甘肃省社科规划项目“甘肃民族地区农村中小学教师专业成长的支持体系研究”。

**[作者简介]** 李保臻, 博士, 教授, 研究方向: 数学课程与教学论、教师教育; 马姗姗, 硕士研究生, 研究方向: 学科教学(数学); 房得阳, 硕士研究生, 研究方向: 数学课程与教学论。

为研究工具,主要从“知识点含量”“背景水平”及“数学认知水平”三个方面对三版本教材中“一元二次方程”习题的综合难度进行量化比较。下面对模型的调整与模型中计算加权平均的公式等特做说明。

1.根据三版本教材“一元二次方程”一章的具体情况,对鲍建生的难度模型进行微调使用,微调后的综合难度因素及水平划分如表1所示。

微调说明:

(1)知识点含量采用鲍建生的划分,分为“1个知识点”“2个知识点”和“3个及3个以上知识点”。

(2)鲍建生把背景因素划分为“无实际背景”“个人生活背景”“公共常识”以及“科学背景”四个水平<sup>[10]</sup>,但《课标(2011版)》提出学生的现实主要包括数学现实、生活现实和其他学科现实,对应地,我们将教材习题背景划分为无实际背景(只含有数学学科知识,除此之外不包含任何其他背景)、生活背景(学生日常生活中能直接感知的生活情景或公共常识)和科学背景(包含其他学科实验的情境,学生不能直接感知的内容)三个层次。

(3)把鲍建生难度模型中的“探究”因素调整为“数学认知”因素,鲍建生设置“探究”因素的初衷是反映数学题的开放和探究程度,由于一元二次方程一章是以解方程为主,因此在研究习题的开放探究水平的同时还要兼顾计算、记忆以及理解水平,故此采用顾冷沅等人提出的四大数学认知水平<sup>[11]</sup>,具体界定如表2。

(4)另外,关于鲍建生模型中的运算水平和推理水平,由于一元二次方程解法多样,不同的解法对应不同的运算和推理步数,故此不再考虑这两个维度。

2.加权平均的计算公式为  $d_i = (\sum_j n_{ij} d_{ij}) / n$  ( $\sum_j n_{ij} = n, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3, 4, \dots$ ),  $d_i (i = 1, 2, 3)$  依次表示“知识点含量”“背景”“数学认知”三个难度因素的加权平均值,  $d_{ij}$  为第  $i$  个难度因素的第  $j$  个水平

表1 综合难度因素及水平划分

难度因素	水平			
	1个知识点	2个知识点	3个及3个以上知识点	
背景	无实际背景	生活背景	科学背景	
数学认知	水平1:计算——操作性记忆水平	水平2:概念——概念性记忆水平	水平3:领会——说明性理解水平	水平4:分析——探究性理解水平

表2 “一元二次方程”习题水平的界定

水平1,计算——操作性记忆水平:按照课本要求的程序或方法进行基本计算或对问题中的元素进行常规操作
水平2,概念——概念性记忆水平:考查学生对课本概念、规则、表达形式记忆的题目
水平3,领会——说明性理解水平:要求学生能理解所学习的基本概念、基本方法并且能通过简单的推理应用所学知识,从而解决相关问题
水平4,分析——探究性理解水平:能创造性地分析并解决未接触过的非常规的问题,包括探究性题目、开放性题目等

的权重(依水平分别取1,2,3,4……),  $n_{ij}$  则表示这组题目中属于第  $i$  个难度因素的第  $j$  个水平的题目的个数,其总和等于该组题目的总数  $n$ 。<sup>[12]</sup>

### 三、研究结果及分析

经统计,“一元二次方程”一章,北师大版教材共有习题122道,其中练习题28道,习题58道,复习题36道;人教版教材共有习题128道,其中练习题41道,习题64道,复习题23道;华东师大版教材共有习题116道,其中练习题43道,习题43道,复习题30道。

#### 1.知识点含量

为分析三版本教材“一元二次方程”一章的习题在知识点含量方面的差异,本研究统计了不同版本教材中该章习题所对应的知识点含量并计算出了各水平所占比例(以下简称占比)及其加权平均,如表3所示。

从表3可以看出,含“1个知识点”的习题,北师大版的大于三者的平均值16.66%,人教版与华东师大版的均小于该平均值;含“2个知识点”的习题,北师大版的小于三者的平均值59.01%,其他两个版本的均大于该平均值;含“3个及3个以上知识点”的习题,北师大版的大于三者的平均值24.31%,其他两个版本的均小于该平均值。练习题和习题依旧保持与总体习题一致的趋势,在复习题部分,“1个知识点”的习题,三版本均没有设置;只含“2个知识点”的习题,北师大版与人教版均低于三者的平均值65.16%,华东师大版大于该平均值;“3个及3个以上知识点”的习题北师大版与人教版均低于三者的平均值

34.83%，华东师大版的小于该平均值。

### 2.背景水平

对于习题背景，我们约定，以下“有背景的题”指的是“生活背景题”和“科学背景题”的总称，“无背景的题”为“无实际背景题”的简称。为分析三版本教材“一元二次方程”一章的习题在背景方面是否存在差异，我们对各版本对应章节的习题按照上面所做的背景水平界定做了统计，比较结果如表4所示。

从习题总体看，三版本教材均以无背景题为主，均超过了50%。从生活背景和科学背景看，三版本生活背景题的占比均高于科学背景题的占比，同时对于科学背景的题北师大版的占比大于三版本的平均值24.04%，对于科学背景的题华东师大版的占比小于三版本的平均值5.19%。

再分别从三版本的练习题、习题、复习题来看，三版本无背景的题均超过50%。从练习题看，有背景题北师大版所占比例最高，生活背景和科学背景，北师大版

也都高于其他两个版本，同时三版本生活背景的题都多于科学背景的题，符合总体趋势。从习题来看，北师大版有背景题的占比依旧大于其他两个版本；生活背景的题，北师大版与人教版所占比例几乎持平，但华东师大版只有18.60%；科学背景的题北师大版所占比大于其他两个版本。从复习题来看，北师大版与人教版所占比例有背景题占比几乎持平且大于华东师大版。

### 3.认知水平

为分析三版本教材“一元二次方程”一章的习题在数学认知水平方面的差异，我们统计了不同版本的各类习题其各水平所占比例(如表5所示)。

从习题总体上看，水平1的题目人教版所占比

表3 三版本教材“一元二次方程”各类习题知识点含量分布占比(%)统计表

	练习题			习题			复习题			总体			加权平均
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	
北师大版	50.00	28.57	21.42	31.03	31.03	37.93	0.00	58.33	41.66	26.22	40.16	33.60	2.07
人教版	21.95	75.60	2.44	15.62	59.37	25.00	0.00	52.17	47.82	14.84	63.28	21.87	2.07
华东师大版	20.93	62.79	16.27	2.32	79.06	18.60	0.00	83.33	16.66	8.62	74.13	17.24	2.09

注:a—1个知识点;b—2个知识点;c—3个及3个以上知识点。

表4 三版本教材“一元二次方程”各类习题背景分布占比(%)统计表

	练习题			习题			复习题			总体			加权平均
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	
北师大版	71.43	21.42	7.14	55.17	24.14	20.68	52.78	44.44	2.77	58.20	29.50	12.29	1.54
人教版	87.80	12.20	0.00	71.88	25.00	3.12	52.17	43.48	4.34	73.44	24.21	12.34	2.07
华东师大版	81.40	16.28	2.32	81.40	18.60	0.00	80.00	20.00	0.00	81.04	18.10	0.86	1.20
总计	81.25	16.07	2.68	68.49	23.03	8.48	61.80	35.95	2.25	70.77	24.04	5.19	1.34

注:a—无背景;b—生活背景;c—科学背景。

表5 三版本教材“一元二次方程”各类习题认知水平占比(%)分布统计表

	练习题				习题				复习题				总体				加权平均
	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	
北师大版	46.42	21.43	32.14	0.00	41.38	3.44	50.00	5.17	11.11	13.89	63.88	11.11	33.61	10.65	50.00	5.73	2.28
人教版	82.93	7.31	27.90	0.00	54.69	9.37	29.68	6.25	21.74	0.00	69.56	8.69	57.81	7.03	30.47	4.68	1.82
华东师大版	44.19	27.90	25.58	2.32	16.28	16.27	58.13	2.32	6.67	10.00	70.00	13.33	24.14	18.96	49.13	7.75	2.41
总计	58.93	18.75	19.64	0.89	40.00	9.09	44.24	6.66	12.35	8.98	44.94	11.23	39.07	12.02	42.89	6.55	1.63

注:si(i=1,2,3,4)表示水平1—4。

例大于其他两个版本,水平2的华东师大版所占比例最大,水平3的北师大版所占比例最大,水平4的华东师大版所占比例最大。

由上表我们还可以看出,三版本教材“一元二次方程”一章的练习题中,水平1的题目比其他三个水平的题目都要多。从习题来看,北师大版与华东师大版主要以水平3的题目为主,人教版主要以水平1的题目为主,从对总体习题的统计中我们也可以看到这一点。在本章的复习题部分,三个版本整体都偏向于水平3题目的设置。

#### 4.综合难度模型

上面我们根据三个难度因素对北师大版、人教版以及华东师大版“一元二次方程”一章的习题进行了比较,为了进一步考察三版本教材习题的综合难度水平,我们利用加权平均公式计算出了各因素的加权平均数,所得结果参见表6。由表6绘制出反映三版本教材“一元二次方程”一章习题综合难度的三边模型,参见图1。

由图1可知,在“知识点含量”因素方面,三版本教材在“一元二次方程”一章均涵盖了《课标(2011版)》所提到的7个知识点;在“背景”因素方面,人教版教材的总体指标最高,北师大版居中,华东师大版最低;在“数学认知”因素方面,人教版教材的总体指标最低,北师大版及华东师大版相对较高。

### 四、研究结论

#### 1.知识点含量

三版本教材“一元二次方程”一章单个知识点的习题较少,这说明各版本教材习题的配置均以学生能综合掌握知识点为目的。相比较而言,北师大版教材含有1个知识点与3个及3个以上知识点的习题居多,含有2个知识点的习题较少,这种习题所含知识点数量不均衡的现象,有助于优等生数学思维的跳跃式发展,但对基础知识掌握

表6 三版本教材“一元二次方程”习题各难度因素的加权平均

	知识点含量	背景	数学认知
北师大版	2.07	1.54	2.28
人教版	2.07	2.07	1.82
华东师大版	2.09	1.20	2.41

不扎实的中等生与学困生而言,可能会导致知识断层的结果;而人教版与华东师大版含有2个知识点的习题偏多,知识点之间的衔接度比较好,这有助于学生循序渐进地掌握相关知识。

#### 2.背景水平

三版本教材“一元二次方程”一章的习题均以无背景题型为主,说明大部分习题是对纯数学理论的考察,从有背景的习题来看,三版本教材生活背景的题分别都多于各自科学背景的题,这说明三种教材在习题背景的选取上都以日常生活中学生能直接感知的生活情景或公共常识为主要素材,相比而言,北师大版教材生活背景与科学背景的题多于其他两个版本,这说明北师大版教材较注重多元背景类型题的设置。

#### 3.认知水平

三版本水平4的题目所占比例均不超过10%,且水平1、水平2的题目所占比例较大。这说明三版本教材偏重于对基础性题目的设置而对探究性题目的开发较少。水平1的题目人教版所占比例最大,水平2的题目华东师大版所占比例最大,水平3的题目北师大版所占比例最大,水平4的题目华东师大版所占比例最大。可见,人教版教材比较重视对基本计算题的配置,北师大版比较重视习题与现实生活的联系,华东师大版比较重视基本概念与探究性题目的设置。

### 五、思考与建议

1.教材编写者应在教学反馈的基础上动态调整教材习题设置

作为巩固、拓展及升华教材相关知识内容的习题,其设置是否合理,是否发挥出了其应有的价值

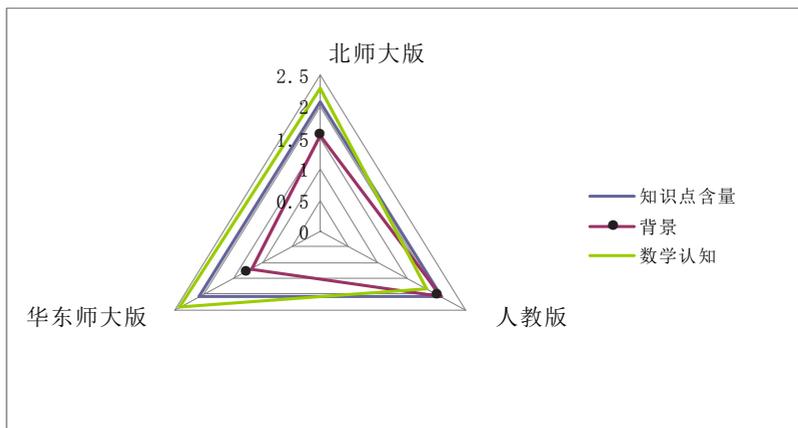


图1 三版本教材“一元二次方程”习题难度因素加权平均

功能,检验的最好标准就是教学实践。这就要求教材编写者不能闭门造车,应深入到教学一线,通过对广大教师、学生及家长等的深入调查,了解不同版本教材使用者对习题设计的意见及改进建议,然后在多渠道教学反馈的基础上从知识点含量、背景因素及难度水平等方面动态修缮习题设置。

2.教材编写者可借鉴其他版本教材的特色优化习题设计

各版本教材在习题的设计上都各有特色,比如人教版教材注重对基础知识的巩固及知识点之间的前后联系,北师大版教材注重数学知识的应用,华东师大版教材注重通过加强学生对基础计算题的练习来更好地发挥数学的工具性功能等,正因为不同版本教材的习题设置有不同特点,所以作为特定版本的教材编写者可借鉴其他版本教材的设计特色优化其习题设计。

3.教师在选择习题时应根据学情及知识点之间的联系对其进行弹性改造

从知识点含量来看,三版本教材习题在知识点的合理分配上均存在着分配不均和衔接不自然的现象,这就要求教师在备课及布置作业时对相关的教材习题进行弹性改造。教师在习题选择时可结合不同版本教材习题配备的特点以及对自己学生学情的分析,合理选择习题后再分配:对于基础知识薄弱的学生可选择单个知识点的习题来巩固基础;对于知识点掌握较好的学生可选择含有三个知识点左右的习题来巩固知识点的内在联系;对于学有余力的学生,教师可对教材习题进行拓展变换来培养他们的探究思维能力。

4.教师在分析习题时应注重引导学生深度挖掘相关背景

数学发展的历史已经说明,任何数学知识成果的得来都不是无源之水、无本之木,它往往蕴含着一定的文化背景因素,而数学教材往往是对一定数学科学知识内容的重构,其习题设置自然反映着不同类型的实际背景。这就要求教师在习题教学时要引导学生充分挖掘不同习题所蕴含的背景因素,使学生体验数学与各类背景的密切联系,感受到数学学习是现实而有意义的,逐渐培养学生从习题背景中构建数学模型及应用数学模型解决生活实际问题的能力。

5.教师在补充习题时应关注情景题、非常规题及开放题

从习题教学方面来看,教师适量设置一些开放探究类习题对于拓展学生数学思维,培养学生良好的数学创新意识及创新能力有重要作用。但从对三版本教材习题认知水平的统计比较来看,水平4也就是开放探究类习题数量所占全部习题数量的比例普遍偏低,这就要求教师在让学生完成基础与常规数学学习题的基础上,可根据学生的数学学习实际及认知结构特点,适时、适量地补充一些符合学生最近发展区的情景题、非常规题及开放性题等,有时还可以补充一些蕴含数学文化类的题目,这些开放类的题目有助于拓展不同层次学生的数学思维,提升其数学文化修养,从长远来说对培养具有创新精神及良好数学素养的杰出人才意义重大。▲

参考文献:

- [1] 高文君,鲍建生.中美教材习题的数学认知水平比较[J].数学教育学报,2009,18(4):57-61.
- [2] 吕世虎,孙学敏.中国与新加坡初中数学教材中概率习题的比较研究[J].数学教育学报,2010,19(6):70-73.
- [3] 吴立宝.中澳数学教科书习题比较研究——以人教版和HMZ8 年级教科书为例[J].数学教育学报,2013,22(2):58-61.
- [4] 王郅,沈继侠.中俄数学教科书分数习题比较研究——以人教版和俄罗斯ACT版为例[J].现代中小学教育,2015,31(7):110-114.
- [5] 贾陆军,吕世虎,李保臻.中国与美国初中数学教材习题的个案比较——以“与三角形有关的角”为例[J].数学通报,2014,53(9):17-23.
- [6] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2012.
- [7] 人民教育出版社课程教材研究所.义务教育教科书 数学(九年级上册)[M].北京:人民教育出版社,2014.
- [8] 义务教育教科书 数学(九年级上册)[M].北京:北京师范大学出版社,2014.
- [9] 义务教育教科书 数学(九年级上册)[M].上海:华东师范大学出版社,2014.
- [10] 鲍建生.中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J].全球教育展望,2002(9):48-52.
- [11] 沈兰,郑润洲.变革的见证:顾冷沅与青浦教学实验30年[M].上海:上海教育出版社,2008.
- [12] 范良火,黄毅英,蔡金法,等.华人如何学习数学(中文版)[M].南京:江苏教育出版社,2005.