

高考试卷中“统计与概率”试题的比较分析

——以2012年、2013年理科试卷为例

张定强,曹雪,蒋会兵

(西北师范大学教育学院,甘肃兰州 730070)

1 引言

“统计与概率”是高考试卷中一个独立的考查领域.随着新课程改革实施的不断深入,试卷结构的不断完善,统计与概率的考查也形成了相对稳定的题型和规律.从宏观视角看,2012年(以后简称12年)全国使用的有18套理科试卷,其中新课标卷1套、大纲卷1套、省(市)卷16套;2013年(以后简称13年)使用的有19套理科试卷,其中新课标卷两套、大纲卷1套、省(市)卷16套.这些试卷的整体结构变化不太明显,但是从深层次的角度比较分析,就会发现每一年的试卷无论是在试题的呈现上,还是知识点、数学能力、数学思想等方面的考查上,都存在着一定的差异.因此,比较分析试题对教学和研究有十分重要的意义.

为探究高考试卷中“统计与概率”方面试题的规律和特点,给教学和高考复习提供良好的建议和指导,已有的研究者们从不同的视角对此进行了相关研究,取得了一定的研究成果.其主要特点:一是研究课程改革后的高考试卷中,“统计与概率”所考查的主要内容和试题呈现的规律及特点,并结合具体案例进行了分析^[1];二是针对某一年某一套试卷中,从知识考点的角度对试题进行解析,总结所考查的重难点^[2];三是对某一年的所有高考试卷,从分值、题型、知识考点等进行统

计、整理、分析,得出考查的规律和特点^[3-4].以上研究主要侧重于对试题的横向研究,为了对高考试卷中“统计与概率”所考查的内容作进一步的分析,本文在上述研究的基础上,对涉及“统计与概率”内容的12年全国18套理科试卷中的55道试题和13年全国19套理科试卷中的54道试题进行比较分析,探索试题的分布规律和特点.

2 研究方法

本研究以12年全国18套理科试卷和13年全国19套理科试卷中关于“统计与概率”方面的109道试题为研究对象,采用比较分析法进行研究.主要把近两年此类试题放在一起,从4个维度找出其异同,以把握试题所特有的质的规定性,从而揭示高考中“统计与概率”试题呈现的规律^[5].本文选择的4个维度是:试题背景、知识单元、知识考点、思想方法.在研究中,以表格和图表的表征方式揭示其特点.

3 研究结果及分析

3.1 试题背景维度

高考试题都是以一定的情景状态为载体来呈现.由于“统计与概率”自身与实际生活有着天然的联系性,试题就紧紧抓住这一属性来表征,从而达到考查的目的.研究发现,试题在背景维度主要体现在5个方面:生活背景、教育背景、商业背景、体育背景、数学背

收稿日期:2015-09-21

基金项目:教育部教师队伍建设示范项目——创新教师培养模式(06-138-PY)

作者简介:张定强(1963—),男,甘肃天水人,教育学博士,西北师范大学教育学院教授,主要从事数学课程与教学、教师教育研究.

景. 经统计分析, 其 109 道试题背景情况如表 1 所示.

表 1 试题背景在题型中的分布情况

试题背景	2012 年				2013 年			
	选择题	填空题	解答题	总计	选择题	填空题	解答题	总计
数学背景	13	8	2	23	10	10	1	21
生活背景	7	1	6	14	2	6	8	16
教育背景	2	3	2	7	7	1	2	10
体育背景	2	1	3	6	0	1	2	3
商业背景	1	0	4	5	0	0	4	4
总计	25	13	17	55	19	18	17	54

由表 1 可知: 两年的试题均围绕生活背景、教育背景、商业背景、体育背景、数学背景 5 个方面进行考查, 总体分布稳定. 数学背景、生活背景是主要的试题背景来源, 12 年占此类总题数的 67.3%, 13 年占 68.5%, 数学背景的试题主要分布在选择和填空题中, 而生活背景的试题两年分布不太均衡, 12 年主要分布在选择题和解答题上, 13 年主要分布在填空题和解答题上. 体育背景和商业背景出现的比例不大, 分布在解答题中. 教育背景的试题呈现上升的趋势, 12 年 3 种题型分布相当, 13 年主要分布在选择题和解答题中. 从纵向看, 13 年的选择题中“统计与概率”方面的试题减少, 而填空题略有增加.

试题的呈现都是基于一定的背景, 可以使 学生经历从身边熟悉的情景中建立数学模型, 用所学的数学知识解决实际问题的过程. 从而考查学生对试题中语言的理解、对题意的分析能力, 考查学生掌握数学知识的牢固程度和运用数学知识解决问题的能力, 进而通过高考试题这一维度, 逐渐地引导学生学

习真正有用的数学. 例如, 12 年新课标卷第 18 题, 以商业为背景将函数和“统计与概率”结合在一起, 对函数思想及模型、离散型随机变量、分布列、期望等知识点进行考查. 13 年北京卷第 16 题, 以生活中最关心的空气质量为背景, 将统计、概率的相关知识渗透到其中进行考查. 这种考试的动向, 启示在实际的教学中, 教师应该从学生的生活实际出发, 将“统计与概率”的知识渗透到生活中, 培养学生解决生活中实际问题的能力^[6].

3.2 知识单元维度

数学知识体系中, 将知识结构分为知识领域、知识单元、知识点. 知识单元是知识领域下的一个知识单位, 它有相对独立的知识概念、思想方法、经典案例等, 是建构一个知识结构的关键要素, 在一个知识结构中起着承上启下的作用. 本文依据《普通高中数学课程标准(实验)》中对“统计与概率”知识领域的划分, 将其知识单元划分为统计、概率、计数原理 3 个部分. 据此研究这 3 个知识单元在高考试卷中分布情况, 如表 2 所示.

表 2 知识单元在题型中的分布情况

知识单元	2012 年				2013 年			
	选择题	填空题	解答题	总计	选择题	填空题	解答题	总计
概 率	5	3	16	24	3	6	17	26
计数原理	14	8	0	22	6	11	0	17
统 计	6	2	1	9	10	4	4	18
总 计	25	13	17	55	19	21	21	61

由表2可知:统计、概率、计数原理均是12年、13年试题中考查的重点内容,3种知识单元在选择题、填空题中均进行了考查,但计数原理在解答题中没有直接考查.从表2发现,概率是各类题型中考查的重点,12年占此类试题数的43.6%,13年占42.6%;计数原理虽然只在选择和填空题中进行考查,但12年所占此类试题数的40%,13年略有下降,占27.8%;统计方面的变化较大,12年主要分布在选择和填空题中,13年在3种题型的考查中均有较大幅度的增加,从16.4%上升到29.5%.可以看出,概率方面的试题增幅不变、计数原理方面的题量下降,统计方面的题量上升.从纵向看,选择题从12年此类题量的45.5%下降到13年的31.1%,填空题从12年的23.6%上升到13年的34.4%,解答题从12年的30.9%上升到13年的34.4%.

试题是基于一定的知识单元命制的,也是用于检查考生掌握知识单元水平高低的有效工具,试题在考查知识单元的变化,反映了人们对知识单元在数学结构中地位的认知差异,从题量的角度看出,概率仍是“统计与概

率”方面考查的重点,统计方面的考查容量逐渐上升,在教学中应当引起高度重视.同时计数原理以新的面貌渗透到其他类型的试题当中,体现出从独立的知识单元的考查向综合的知识单元考查过度,这样的特点在12年的试题中不太明显,但在13年的试题中变化明显.如新课标2卷第19题、北京卷第16题、江苏卷第6题、四川卷第18题等,不仅在解答题中出现,而且在选择题和填空题中也出现.从题量看,由55道题上升到61道题,综合性的特色不断强化,可以更好的考查统计与概率的综合能力,启示我们在教学实践中更要注重学生综合能力的培养.

3.3 知识考点维度

知识考点也就是考试知识点,通常称为“考点”,一般是根据考试内容、性质和考核要求的层次而确定的,包含数学概念、定义、命题、定理、性质、公理、法则等,是知识单元的核心要素.知识考点是高考中考查内容的具体体现,知识考点是考试命题的依据和保障^[7].为了对知识考点有更全面的认识和掌握,通过梳理、统计归纳出“统计与概率”方面有13个知识考点(见下表3和图1).

表3 知识考点在题型中的分布情况

知识考点	2012年				2013年			
	选择题	填空题	解答题	总计	选择题	填空题	解答题	总计
计数原理、排列组合	9	1	5	15	1	5	5	11
二项式定理	3	7	0	10	5	5	0	10
随机抽样	1	3	3	7	6	2	4	12
频率分布(表、直方图、折线图)、茎叶图	2	0	2	4	5	1	3	9
众数、平均数、中位数、标准差、极差	4	0	0	4	3	2	1	6
最小二乘法、线性相关性、回归方程	0	1	1	2	0	0	0	0
假设检验、正态分布	0	1	1	2	0	0	1	1
频率、频数、样本、总体	3	1	3	7	4	1	4	9
随机事件概率	1	1	7	9	0	1	12	13
古典概率	2	2	9	13	1	3	12	16
几何概率	4	0	0	4	3	2	0	5
离散型随机变量、分布列、期望	1	0	17	18	2	0	14	16
独立重复实验、二项分布	0	0	4	4	0	0	3	3
总计	30	17	52	99	30	22	59	111

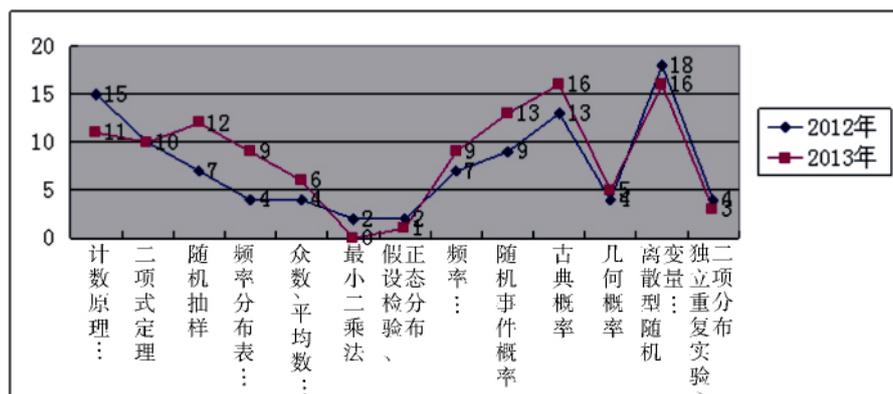


图1 知识考点比较结果分布图

由表3与图1可知:12年18套试卷中“统计与概率”部分的13个知识点累计考查了99次,其中解答题中考查了52次,选择题30次,填空题17次;13年19套试卷中累计考查了111次,其中解答题59次,选择题30次,填空题22次,两年考查中一个明显的特征是解答题中知识考点最为集中.从题量的角度看,由12年的每题考查1.8个知识点增加到13年的每题考查2.06个知识点,增幅显著.从统计的角度看,12年考查频数最多的知识点,是离散型随机变量分布列、方差、期望,有18次,13年也是,有16次,基本上集中在解答题方面,这个知识点就是最高频知识考点.考查频数次之的12年是计数原理、排列组合,15次,以选择题和解答题为主,13年则是古典概率,16次,主要在解答题中.再次之的12年是古典概率,13次,而13年是随机事件的概率,也13次,主要集中在解答题中.随后依频数多少,12年是二项式定理、古典概率、随机抽样、随机事件概率等;13年依次是随机抽样、计数原理、排列组合、二项式定理等.而二项式定理在12年、13年均不涉及解答题;随机事件的概率均集中在解答题中考查.频率、频数、样本、总体和随机抽样等知识点的考查所占题型差不多,但13

年比12年有所增加.平均数、中位数、方差、极差、几何概型知识点只在12年的选择题中进行考查,而13年则在选择题、填空题中考查;频率分布表、直方图、茎叶图等知识点12年主要集中在选择题和解答题中考查,13年在3种题型均进行了考查.12年和13年独立重复实验、二项分布和假设检验、正态分布等知识点的考查所占比例变化不大.最小二乘法、线性相关性、回归方程只在12年试题中进行了考查.

高考试题具有一定的选拔性功能,在对知识点的考查时,并不是对单个知识点的考查,而是更多的知识点有机的融合在一起进行综合考查,甚至是在知识单元中相互渗透着进行考查.例如12年江苏卷第22题,将排列、组合、古典概型、离散型随机变量、分布列、期望等知识点融合在一起进行综合考查,13年北京卷第16题,将折线统计图、随机事件概率、离散型随机变量、分布列、期望等知识点融合在一起进行考查.由此可见,数学知识相互渗透、相互融合的趋势更加明显,这样的考查特点,不仅对学生的知识掌握有了更高的要求,也对教师的教学提出了更高的要求.那么在数学的教学和学生的学习过程中注重知识间的相互融合与渗透就相当重要,

一方面要强化对所学知识点的准确理解与整体把握;另一方面要注重对知识结构中知识单元、知识点相互渗透,以培养学生综合应用知识的能力.

3.4 思想方法维度

数学思想方法,按其抽象概括的程度和适用的范围,可分为数学思想和数学方法.一般情形下,把抽象程度较高的理解为数学思

想,而把抽象程度较低,对解决问题具有操作性、程序性功能的称为数学方法^[7-10].大多数情形下,这两者统称为数学思想方法.经分析,发现高考试题中“统计与概率”部分主要考查的思想方法有:抽样思想方法、统计推断思想方法、随机思想方法、分类讨论思想方法.表4为这4种数学思想方法在3类题型中的分布情况.

表4 思想方法在题型中的分布情况

思想方法	2012年				2013年			
	选择题	填空题	解答题	总计	选择题	填空题	解答题	总计
随机思想方法	5	3	11	19	3	4	16	23
统计推断思想方法	6	2	6	14	6	4	6	16
分类讨论思想方法	5	1	2	8	0	1	2	3
抽样思想方法	1	3	3	7	4	1	3	8
总计	17	9	22	48	13	10	27	50

由表4可知:12年“统计与概率”试题中有48道题考查了4种数学思想方法,3类题型中均有涉及,13年试题中有50道题进行了考查,其中分类讨论思想方法在选择题中没有进行考查.从表4中看出,随机思想方法、统计推断思想方法是考查的重点,12年占所考查题数的68.7%,13年占78%,主要分布在解答题中;变化明显的是分类讨论思想的考查,12年在8道题中进行了考查,而13年仅有3道题进行了考查;整体看,12年题均考查的数学思想方法是0.87个、13年则是0.93个,有上升之势.

数学思想方法,是高中数学教学与学习的重点,也是高考考查的重点.数学思想方法的掌握和应用,直接影响学生对数学知识的认识和理解水平.高考试题中正是通过联系生活实际、渗透思想方法来考查学生对数学本质的理解.如13年安徽卷第21题以学生熟悉的教学活动为背景,将随机思想方法和分类讨论思想方法渗透到试题中,考查学生

对随机事件概率本质的深入理解和掌握.为此,教师在教学过程中,要结合实际案例,以数学知识点的准确理解与掌握为基础,将所涉及的思想方法进行深入的剖析,切实促进学生的数学进步;同时要在日常的教学,注重对思想方法的检查与分析,使学生真正达到理解数学的本质.

4 研究结论及启示

根据以上分析,可以总结出高考理科试卷中“统计与概率”部分试题有如下特点:

1)5个背景在试题中,总体分布稳定,局部分布略有差异;13年的数学背景、体育背景、商业背景较12年有所减少,而生活背景、教育背则有所增加;13年试题对体育背景、商业背景考查较少,预计在以后的考查中可能会更加注重,强化以社会生活的素材为背景,使其更加贴近生活实际.

2)13年与12年相比较,概率知识单元在高考试题中的分布较为稳定,也是考查的重点;计数原理的考查13年比12年有所减

少,最明显的数量减少在选择题上,而在填空题上数量略有增加;统计知识单元的变化比较明显,原因是高考试题的考查越来越综合,一个试题中会涉及多个知识单元的内容。

3)12年、13年“统计与概率”方面的13个知识考点在试题中均已涉及,并且分布相对稳定,没有出现大的增减;重点和基础知识点仍然是考查的主要对象,高频考点突出,一些新增知识在考查过程中有一些微小变化。13年与12年相比,试题对知识点的综合考查的特点比较明显。

4)两年的试题对数学思想方法的考查变化不大,随机思想方法、统计推断思想方法是3种题型考查的重点,研究发现数学思想方法的考查也凸显综合化的特点。

通过对近两年高考理科试卷中“统计与概率”内容方面的试题特点比较分析,可为“统计与概率”的教与学提供一个清晰的参考框架,有助于教师在教学中把握重难点,学生在复习的过程中做到有的放矢。研究启示我们,统计与概率的教与学要更多的联系生活实际,以生活实际为背景,着力渗透数学思想方法,不断强化知识单元之间的综合训练,着力于高频考点的巩固与深化,采取更加灵活的教学方式,在参与、交流、分享、研讨的活动中,使学生真正的理解、掌握、应用统计与概

率知识,全面提高“统计与概率”部分的学习水平。

参考文献

- [1] 赵兴杰,蒋璐琴.从近三年高考理科数学试题谈高中统计与概率的教学[J].遵义师范学院学报,2013,(6):106-109.
- [2] 李振雷.2011新课标高考试题分类评析——统计与概率[J].高中数理化,2012,(1):4-6.
- [3] 胡水林,张金良.2012年“统计与概率、计数原理”专题解析[J].中国数学教育,2012,(7-8):83-89.
- [4] 张定强,蒋会兵.高考试卷中“统计与概率”部分的分析与思考[J].数学通报,2013,(11):51-54.
- [5] 王光明.数学教育研究方法与论文写作[M].北京:北京师范大学出版社,2012.
- [6] 邢强.数学应用题外部表征的影响因素及启发[J].数学教育学报,2012,(5):19-21.
- [7] 任子朝,周远方,陈昂,田祥高.高考数学科考核目标研究[J].数学通报,2013,(7):1-8.
- [8] 数学课程标准研制组.普通高中数学课程标准(实验)解读[M].南京:江苏教育出版社,2004.
- [9] 陈昂,任子朝.课改后统计与概率内容考查研究[J].数学通报,2013,(2):13-16.
- [10] 郑毓信.《数学课程标准(2011)》的“另类解读”[J].数学教育学报,2013,(1):1-7.