

· 问题讨论 ·

图像法处理测电源电动势和内阻数据的研究

何述平

(西北师范大学教育学院物理教育研究所, 甘肃 兰州 730070)

摘要: 图像法是物理实验数据处理的基本方法. 本文探究了线性函数的图像法运用于测电源电动势和内阻的数据处理, 结合测量数据给出了运用结果; 讨论了 4 种具体图像法的合理顺序、自变量的合理选取, 解释了运用图像法的疑惑, 比较了线性函数的图像法与平均法.

关键词: 图像法; 电动势; 内阻; 数据处理; 系统误差

1 引言

测电源电动势和内阻实验是普通高中课程标准实验教科书物理选修 3-1 的基本而重要的内容^[1-3], 其原理方法有伏安法、伏阻法、安阻法^[1-6], 其数据处理方法有“方程法”和图像法^[1-5]. 然而, 如何合理地运用图像法? 文献^[1-6] 仅就伏安法论述了 $U-I$ 图像法, 而对伏阻法、安阻法应采用什么具体图像法未明确^[1-6]; 图像法的自变量该怎样合理地选取? 本文就此进行相应的探究, 以解释运用图像法的疑惑、明晰合理处理测电源电动势和内阻数据的图像法, 并为其教学设计奠定层次性、开放性的理论基础.

2 图像法处理测电源 (E, r) 数据

图像法是物理实验数据处理的基本方法, 也是解决拟合(回归)直线时方程数多于变量数的方法^[7,8]; 据此, 探究线性函数的图像法运用于测电源电动势和内阻的数据处理.

2.1 伏安-图像法

伏安法测电源电动势和内阻有电流表内、外接(相对电源)两种方式, 分别如图 1、2. 不考虑电表影响, 由闭合电路欧姆定律均有

$$U = E - Ir. \quad (1)$$

式(1)表明, U 与 I 呈线性关系(E, r 为恒量). 于是, 测多组数据(I_i, U_i), 作 $U-I$ 图像处理数据得 $E_{测}, r_{测}$.

2.1.1 电流表内接式

考虑电表影响, 由闭合电路欧姆定律有

$$U = E - I(r + R_A). \quad (2)$$

比较式(2), (1)并修正已定系统误差, 有

$$E_{内修} = E_{内测}, r_{内修} = r_{内测} - R_A. \quad (3)$$

式(3)表明, 伏安法内接式测电源电动势和内阻中, 仅电流表内阻 R_A 对测电源内阻 r 带来影响.

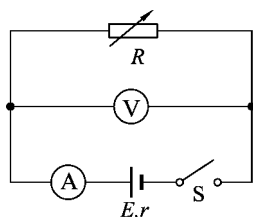


图 1

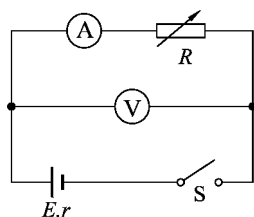


图 2

2.1.2 电流表外接式

考虑电表影响, 由闭合电路欧姆定律有

$$U = E - \left(I + \frac{U}{R_V} \right) r. \quad (4)$$

式(4)变形, 得

$$U = \frac{R_V}{R_V + r} E - I \frac{R_V r}{R_V + r}. \quad (5)$$

比较式(5), (1)并修正已定系统误差, 有

$$E_{外修} = \frac{R_V \cdot E_{外测}}{R_V - r_{外测}}, r_{外修} = \frac{R_V \cdot r_{外测}}{R_V - r_{外测}}. \quad (6)$$

式(6)表明, 伏安法外接式测电源电动势和内阻中, 仅电压表内阻 R_V 对测电源电动势 E 和内阻 r 带来影响.

2.2 伏阻-图像法

伏阻法测电源电动势和内阻的电路如图 3. 不考虑电表影响, 由闭合电路欧姆定律有

$$E = U + \frac{U}{R} r. \quad (7)$$

线性化, 得

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{E} + \frac{r}{E} \cdot \frac{1}{R}. \quad (8)$$

式(8)表明, $\frac{1}{U}$ 与 $\frac{1}{R}$ 呈线性关系(E, r 为恒量). 于是, 测多组数据(R_i, U_i), 作 $\frac{1}{U} - \frac{1}{R}$ 图像处理数据得 $E_{伏测}, r_{伏测}$.

考虑电表影响, 由闭合电路欧姆定律有

$$E = U + \frac{U}{\frac{R R_V}{R + R_V}} r. \quad (9)$$

线性化有

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{E} \left(1 + \frac{r}{R_V} \right) + \frac{r}{E} \cdot \frac{1}{R}. \quad (10)$$

比较式(10), (8)并修正已定系统误差, 有

$$E_{伏修} = \frac{R_V \cdot E_{伏测}}{R_V - r_{伏测}}, r_{伏修} = \frac{R_V \cdot r_{伏测}}{R_V - r_{伏测}}. \quad (11)$$

式(11)表明, 伏阻法测电源电动势和内阻中, 电压表内阻 R_V 对测电源电动势 E 和内阻 r 带来影响.

2.3 安阻-图像法

安阻法测电源电动势和内阻的电路如图 4. 不考虑电表影响, 由闭合电路欧姆定律有

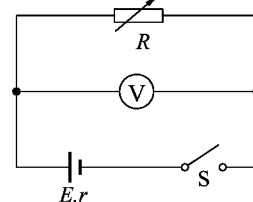


图 3

$$E = I(r + R), \quad (12)$$

线性化, 得

$$\frac{1}{I} = \frac{r}{E} + \frac{1}{E} \cdot R. \quad (13)$$

式(13)表明, $\frac{1}{I}$ 与 R 呈线性关系 (E, r 为恒量)。于是, 测多组数据 (R_i, I_i), 作 $\frac{1}{I} - R$ 图像处理数

据得 $E_{\text{安测}}, r_{\text{安测}}$ 。

考虑电表影响, 由闭合电路欧姆定律有

$$E = I(r + R + R_A), \quad (14)$$

线性化有

$$\frac{1}{I} = \frac{r + R_A}{E} + \frac{1}{E} \cdot R. \quad (15)$$

比较式(15), (13)并修正已定系统误差, 有

$$E_{\text{安修}} = E_{\text{安测}}, r_{\text{安修}} = r_{\text{安测}} - R_A. \quad (16)$$

式(16)表明, 安阻法测电源电动势和内阻中, 电流表内阻 R_A 对测电源内阻 r 带来影响。

3 图像法的运用及结果

取测同 1 节 1 号干电池电动势和内阻的数据(所用仪器: 简式电阻箱 J2362 型; 直流安培计 J0407 型, 0.6 A 档, $R_A = 0.124 \Omega$, 2.5 级; 直流伏特计 J0408 型, 3 V 档, $R_V = 3 \text{ k}\Omega$, 2.5 级^[5]), 对图 1 至图 4 各测量电路测得的 R, I, U 数据列表如表 1。则依次运用上述推证的线性函数的图像法(可细分为作图图像法和回归图像法^[9], 本文运用回归图像法)处理测电源电动势和内阻数据的结果如表 1。

表 1

电路	图 1		图 2		图 3	图 4
R/Ω	I/A	U/V	I/A	U/V	U/V	I/A
2	0.57	1.22	0.58	1.32	1.30	0.58
3	0.42	1.31	0.42	1.38	1.36	0.43
5	0.27	1.39	0.27	1.43	1.41	0.27
10	0.14	1.46	0.14	1.48	1.48	0.15
15	0.10	1.48	0.10	1.49	1.49	0.10
20	0.08	1.49	0.08	1.50	1.50	0.08

3.1 伏安-图像法的结果

3.1.1 电流表内接式

(1) 测量结果。

由式(1)、表 1 中 (I_i, U_i) 数据得 $U-I$ 图像及其表达式,

如图 5, 进而得 $E_{\text{内测}} = 1.54 \text{ V}, r_{\text{内测}} = 0.55 \Omega$ 。

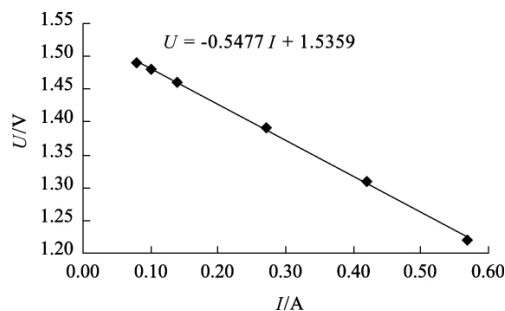


图 5

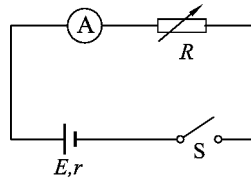


图 4

(2) 修正结果。

由式(3)、 R_A 数据和上述测量结果得 $E_{\text{内修}} = 1.54 \text{ V},$

$r_{\text{内修}} = 0.43 \Omega$ 。

3.1.2 电流表外接式

(1) 测量结果。

由式(1)、表 1 中 (I_i, U_i) 数据得 $U-I$ 图像及其表达式,

如图 6, 进而得 $E_{\text{外测}} = 1.53 \text{ V}, r_{\text{外测}} = 0.36 \Omega$ 。

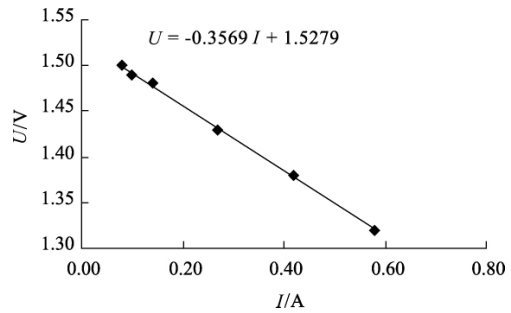


图 6

(2) 修正结果。

由式(6)、 R_V 数据和上述测量结果得 $E_{\text{外修}} = 1.53 \text{ V},$

$r_{\text{外修}} = 0.36 \Omega$ 。

3.2 伏阻-图像法的结果

(1) 测量结果。

由式(8)、表 1 中 (R_i, U_i) 数据得 $\frac{1}{U} - \frac{1}{R}$ 图像及其表达式,

如图 7, 进而得 $E_{\text{伏测}} = 1.52 \text{ V}, r_{\text{伏测}} = 0.35 \Omega$ 。

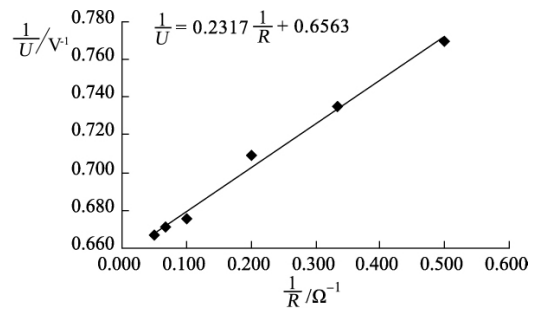


图 7

(2) 修正结果。

由式(11)、 R_V 数据和上述测量结果得 $E_{\text{伏修}} = 1.52 \text{ V},$

$r_{\text{伏修}} = 0.35 \Omega$ 。

3.3 安阻-图像法的结果

(1) 测量结果。

由式(13)、表 1 中 (R_i, I_i) 数据得 $\frac{1}{I} - R$ 图像及其表达式,

如图 8, 进而得 $E_{\text{安测}} = 1.65 \text{ V}, r_{\text{安测}} = 0.97 \Omega$ 。

(2) 修正结果。

由式(16)、 R_A 数据和上述测量结果得 $E_{\text{安修}} = 1.63 \text{ V},$

$r_{\text{安修}} = 0.85 \Omega$ 。

上述 4 种具体处理测电源电动势和内阻数据的图像法的结果表明, 线性函数的图像法具有合理性、可行性。

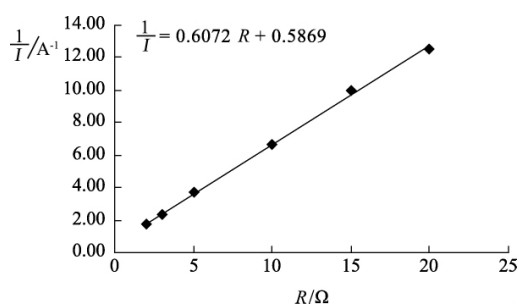


图8

4 图像法的讨论

4.1 图像法的比较

比较上述4种具体图像法知,从线性函数的图像法处理数据的单一角度看,简捷程度(由简到繁)依次为:伏安内接式-图像法、伏安外接式-图像法、安阻-图像法、伏阻-图像法;但从原理方法的准确程度(即电表内阻的影响,已定系统误差)、图像法的简捷程度的综合角度看,测电源电动势和内阻的合理、可行的方法顺序为:伏安外接式-图像法、伏阻-图像法、伏安内接式-图像法、安阻-图像法。因此,更宜采用伏安外接式-图像法。这就为测电源电动势和内阻的教学设计奠定了层次性、开放性的理论基础。

4.2 图像法的自变量的选取

线性问题是研究得最清晰、解决得最好的,因此,需将某些非线性函数线性化,且线性化后图像更直观^[7]。那么,应如何合理地线性化呢?式(9),(14)除了分别线性化为式(10),(15)外,似乎还可分别线性化为^[10]

$$\frac{1}{R} = -\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R_V}\right) + \frac{E}{r} \cdot \frac{1}{U}. \quad (17)$$

$$R = -(r + R_A) + E \cdot \frac{1}{I}. \quad (18)$$

式(17)、(18)分别表明, $\frac{1}{R}$ 与 $\frac{1}{U}$ 、 R 与 $\frac{1}{I}$ 分别呈线性关系(E 、 r 、 R_V 、 R_A 为恒量)。这样线性化合理否?从数学形式看,式(17)、(18)当然合理。从物理逻辑看, $\frac{1}{R}$ 、 R 是自变量, $\frac{1}{U}$ 、 $\frac{1}{I}$ 是因变量,故式(17)、(18)不合理。从物理实验数据处理的准确的最小二乘法拟合(回归)直线的假设(自变量的误差可忽略,仅因变量具有相互独立的测量误差)^[7,8]看,式(17)、(18)不合理;因为 R 由电阻箱测得,可作为标准电阻,而 U 、 I 分别由伏特计、安培计测得,主要反映随机误差。

为什么式(1)是选取 I 作为自变量?由实验电表基本参量知,安培计的准确度 $\Delta I = 0.02 \text{ A}$ 小于伏特计的准确度 $\Delta U = 0.08 \text{ V}$,因此,依据直线拟合(回归)的假设,选取 I 作为自变量更合理。

直线拟合(回归)时,首先确定合理的直线方程模型,其次合理选择自变量(一般选择误差限较小或可忽略的量作为自变量)^[11],再次进行直线拟合(即便是作图图像法,也应参照此原则,以提高作图的准确程度)。

4.3 图像法与平均法的比较

图像法、平均法均是拟合直线的方法,也是数据处理的基本方法^[7]。作图图像法的实质是粗略平均,回归图像法的实质是统计平均即准确的最小二乘法;平均法的实质是某种平均。一般对线性函数而言,平均法的处理结果比作图图像法精确,与回归图像法非常接近^[7]。因此,对测电源电动势和内阻的数据处理而言,回归图像法最精确,平均法次之,作图图像法最次。

虽然如此,作图图像法仍不失为中学物理实验基本性、训练性的数据处理方法,平均法是中学物理实验合理、实用的数据处理方法,回归图像法可作为中学物理实验提高、开放的数据处理方法。

5 结语

本文不仅探究了线性函数的图像法运用于测电源电动势和内阻的数据处理,结合测量数据提供了运用图像法的合理性测量结果、修正结果,而且讨论了4种具体图像法的合理顺序,奠定了测电源电动势和内阻教学设计的层次性、开放性的理论基础。本文既探讨了线性函数的图像法的自变量的合理选取,解释了运用图像法的疑惑,又比较了线性函数的图像法与平均法,深化了对线性函数的图像法的理解。

本文对已定系统误差的修正可作为测电源电动势和内阻实验的提高性要求,应依据实验待测电源、电表参量和教学实际水平灵活掌控。本文探究的线性函数的图像法可作为中学物理科学方法教育的显性化内容,是中学物理教师应该清晰并能灵活运用的物理实验数据处理的基本方法。

参考文献:

- 1 人民教育出版社课程教材研究所,物理课程教材研究开发中心.普通高中课程标准实验教科书·物理选修3-1(第2版).北京:人民教育出版社,2007.69-70
- 2 人民教育出版社课程教材研究所,物理课程教材研究开发中心.普通高中课程标准实验教科书·物理选修3-1教师教学用书(第2版).北京:人民教育出版社,2007.96-99
- 3 束炳如,何润伟.普通高中课程标准实验教科书·物理选修3-1(第2版).上海:上海科技教育出版社,2007.82-83
- 4 陶洪.物理实验论.南宁:广西教育出版社,1996.174-177,206-207
- 5 王兴乃,罗栋国.高中物理实验大全(第2册).北京:电子工业出版社,1989.279-290
- 6 安忠,刘炳升.中学物理实验教学研究.北京:高等教育出版社,1986.237-238
- 7 龚镇雄.普通物理实验中的数据拟合.西安:西北电讯工程学院出版社,1985.132,86-89
- 8 朱鹤年.基础物理实验教程——物理测量的数据处理与实验设计.北京:高等教育出版社,2003.59-60,67-69
- 9 何述平.图像法处理打点纸带的研究.物理教师,2013,34(1):57-60
- 10 龙和成.测量电源电动势和内阻的方法探讨.物理教师,2010,31(7):28-29
- 11 朱鹤年.新概念物理实验测量引论——数据分析与不确定度评定基础.北京:高等教育出版社,2007.18-21

(收稿日期:2013-01-19)