

# 论“数学规定”的教学策略<sup>①</sup>

温建红 李春霞

(西北师范大学教育学院 730070)

## 1 问题提出

前不久听一节初中数学课,内容是“同底数幂的除法”,从课堂气氛能感受到,教师在很多环节下了不少功夫,唯独其中有一段“数学规定”的教学,教学形式简单,与其他内容相比形成了较大的反差.

教学中,教师将“ $a^0 = 1(a \neq 0)$ ;  $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$  ( $a \neq 0, p$  为正整数)”呈现在大屏幕上,然后告诉学生,这是规定,没什么可讲的,大家自己看看记住就可以了.5分钟后,教师让学生做后边的练习题.当练习结束,教师发现很多学生的答案有错误,便批评学生没有按照规定去做.后来,当有学生问为什么要这样规定时,教师不假思索的说:“这是规定,没有为什么,你只需要记住照着做就行了.”对于教师的回答,学生明显感到有些失望.

在数学中,有关“规定”的类型很多,有些是数学体系扩张的出发点、后续演绎推理的基础,如基本概念、定义、公理等.还有一些规定是在数学知识体系扩张过程中,要么为了保证数学内部的和谐、统一以及结构的完善而做出的,比如法则;要么为了一些元素有所归属和运算的闭合性在新的数系里仍能保持而补充的,比如负数、复数等;要么为了计算或操作的简单有效而给出的,比如解方程的步骤等.再有一些数学规定是在整个数学发展过程中为了研究或应用的方便和认识的统一而人为制定的,比如数学符号和表达方法等.在一般的中小学数学教材中,很少有对“数学规定”的过多解释,对于有些规定为什么是这样?教师自己也不是很清楚,于是便不能给学生一个较好的说法.对有的“规定”教师自己知道,担心说了学生不理解,怕越说学生越糊涂,于是便不向学生讲任

何道理,要求学生背下即可.面对“数学规定”的教学,教师应采取恰当的教学策略,尽量克服过于简单化的处理方式.

## 2 “数学规定”的教学策略

### 2.1 直接告知

在“数学规定”中,像类似符号、表示方法、原始概念、定义、公理等,我们只需要直接告诉学生,然后举一些例子或用生活中的物体进行演示,并让学生记住且熟练运用就可以了,不需要花太多的精力去探究和讲道理.比如像平行、垂直的符号;角的表示方法;中点、平角、周角、中位数等概念;平行公理等.

另外,有些数学规定,依据学生现有的知识背景很难真正理解,还需要学习更多相关知识或借助高等数学知识才可能解释清楚,教师也可以选择直接告知的方法,把重点放在让学生用的过程中,自己去体会和感悟.例如:在向量中规定:零向量与任一向量平行.当学生刚开始接触向量时,根据他们现有的知识还很难理解或探究为什么要这样规定,教师可以先告诉学生,并要求学生在解决问题时注意这一点就可以了.当学习了向量的运算、几何意义、基本定理、坐标表示、数量积以及更多的向量知识之后,学生会逐渐理解和领会到:这一规定不仅为向量空间概念的形成扫除了障碍,而且也使很多规则能够更加普遍适用.<sup>[1]</sup>

### 2.2 适当讲些“道理”

对于数学规定,教师能完全给学生讲清道理固然好,但如果感到完全解释清楚有困难,此时不妨通过一些直观的说明,适当讲一些“道理”,给学生一个说法,让学生在已有知识和经验基础上能

<sup>①</sup> 基金项目:全国教育科学“十二五”规划2011年度教育部重点课题“新课程改革背景下数学合作学习典型案例研究(G1A117013)”;西北师范大学青年教师科研能力提升计划资助项目“甘肃省高中数学新课程实验跟踪研究(SKQNGG10007)”

够理解并接受,使学生认识到这样规定的合理性和必要性,从而解除认识上的困惑和障碍.

### 2.2.1 比较法

有些数学规定是为了运算律在新的数系中仍然能够保持;一些规定是为了研究的方便、有意义;还有一些规定是为了整个数学系统的和谐.所以在教学时可以让学生思考比较,如果不这样规定,会出现什么情形,进而在比较的基础上体会规定的合理性,这样学生就会更容易理解并从内心接受这样的规定.

例如,对于规定: $a^0=1(a\neq 0)$ ,可以这样来解释:已知当 $m, n$ 是正整数时,有 $a^m a^n = a^{m+n}$ 成立.假设 $a^0 = k$ ,那么自然地,我们希望保证对于任意正整数 $n$ ,它能够满足 $a^0 a^n = a^{0+n}$ ,即 $ka^n = a^n$ ,于是只能让 $k=1$ .如果 $k\neq 1$ ,则前面的都不成立.这个规定保证了整个数学系统的和谐.<sup>[2]</sup>

再如,对于指数函数 $y=a^x$ ,定义中规定底数大于0且不等于1,可以和学生一起来分析:

①如果 $a<0$ ,当自变量 $x=\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ 等时,显然无意义;

②如果 $a=0$ ,当自变量 $x=0$ 时,它也无意义;

③如果 $a=1$ ,函数值恒等于1,这时,研究的意义不大.

因此,在研究中,为了使自变量可以取全体实数,我们规定:指数函数中底数大于0且不等于1.尽管这样解释可能不是很严格,但学生至少知道了这样规定是有其道理的.如果理解了指数函数,作为其反函数的对数函数中规定底数大于0且不等于1就不难理解了.

### 2.2.2 比拟法

当有些数学规定的由来和背景无法通过情景创设来展示或不能用逻辑证明时,可以借助一些生活常理,即日常生活经验作比拟,使学生能够确认和理解这一规定,从而相信、接受这一规定.

例如“负负得正”,从数学本源上看,它是前人提出的一项人为的数学规定.虽然这种基本技能操作起来非常方便,但这里没什么情景可以创设,它的数学思想方法,则要提升到“有理数系”公理化的高度来认识,在中学数学教学中很难实现.既然这种确认的手段不能用严格的逻辑解释清楚,也不能从现实情景中得到证实(用火车向东的路

程为正、向西为负;12时以后为正,以前为负的例子,往往越说越糊涂).我们就需要借一些生活常理,即生活经验作比拟,以让学生能够相信、接受这一规定.例如:反面的反面是正面;不得不做就是要做;左的反面是右,右的反面又是左;折纸活动,折过去再折回来回到原地等等.<sup>[3]</sup>这种比拟式的教学,将日常生活经验转化为基本数学活动经验,学生接受起来也较为直观.

### 2.2.3 联系法

数学是一门系统性很强的学科,知识之间有着紧密的联系,旧知是新知的基础,新知是旧知的延伸和发展.数学中的规定往往在联系新旧知识和维系数学中的秩序方面起着很重要的作用.在数学学习中,如果能把握新旧知识之间的联系,就能为学生理解新知识中的规定架设桥梁.

例如:“分式的乘除法”一课,教学一开始,教师便问学生:“看到分式的乘除法大家想到了什么?”这时会有学生回答想到了“分数的乘除法”.然后教师就可以接着让学生回想:“那么,你能否根据分数的乘除法的法则,来猜想分式乘除法应该按什么样的法则进行运算呢?”这样学生就会自然地提出分式乘除法法则的规定了.为了让学生思考这种规定的合理性,教师还可以继续追问“你为什么认为分式的乘除法有与分数的乘除法相似的法则呢?它们的不同又在哪里?”结合学生的回答,教师再进行适当总结就可以了.

这种建立在旧知基础上,由学生自己提出的新规定,远比教师自己说出来要好很多.这里新规定的获得是建立在学生对分数乘除法法则的规定有充分认识的基础上,是运用科学方法和数学活动经验所进行的合情推理,不是漫无目的、不着边际的胡乱猜臆,而教师的追问则让学生思考猜测的理和据.经历了这样的学习过程,我们所谓“约定俗成”的数学法则也显得不是那么的生搬硬套,而是有理可循.

在中学数学教学中,很多规定的学习都可以采用这样的方法,如分式加减法法则可以联系分数的加减法法则;一元二次不等式可以和一元二次方程及二次函数的有关规定联系起来教学.

### 2.2.4 发现法

荷兰著名数学教育家弗赖登塔尔认为:学生学习数学是一个有指导的“再创造”的过程.数学

知识的学习并不是简单的接受,而应该以“再创造”的方式进行.另外,新课标也要求教师不仅要教学生知识,更要让学生了解知识的形成过程和包含的数学思想和方法.

当有些数学规定可以用情景展示或者可以通过已有的知识经验类比、归纳猜想出结果时,可以用发生教学法重新演示规定的得出过程.

为此,在数学教学中,教师不应把“数学规定”过早告诉学生,而应给学生提供具有充分“再创造”的通道,给学生提供与“数学规定”有关的结构化的学习材料,让学生借助这些材料,通过分析思考,探究实验,去发现“数学规定”,从而打破原有的认知结构,建立新的认知结构.

例如:人教版八年级“负整数指数幂”一节对于规定  $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$  ( $a \neq 0, p$  为正整数)是这样处理的:

因为  $a^4 \div a^7 = a^{4-7} = a^{-3}$  (同底数幂的除法法则)

$a^4 \div a^7 = \frac{a^4}{a^7} = \frac{1}{a^3}$  (分式除法法则)

所以  $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$  (比较前两个式子得出)

教师再让学生做其他一些类似问题,进而推广得到:一般地,当  $p$  是正整数时,  $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$  ( $a \neq 0, p$  为正整数),即  $a^{-p}$  ( $a \neq 0$ ) 是  $a^p$  的倒数.

在这里教师通过几个特殊问题,利用同底数幂的除法法则和分式除法法则两种计算方法,通过类比、转化等数学方法得出结论,最后利用不完全归纳法得到了所要的“数学规定”.整个教学过

程让学生经历了负整数指数幂这个“数学规定”的生成过程,让学生对此“规定”不仅“知其然”而且“知其所以然”.<sup>[4]</sup>另外,有些概念也可以运用发现法让学生从具体的例子中观察发现他们的共同属性然后去总结;有些法则可以让学生先通过生活经验或联系以前的知识得出结果,然后再经过比较和归纳得出.

总之,“数学规定”种类较多,教学中要收到好的效果,作为数学教师,应不断提升数学素养.一方面,要加强数学史知识的学习,了解“数学规定”的背景与意义;另一方面,在学习高等数学知识过程中,应加强与初等数学的联系,能从高观点去看中小学数学中的有关问题,明确“数学规定”内涵与来龙去脉;这样,在给学生解释有关“规定”时才能做到游刃有余,即使当时解释不清楚,也可以告诉学生将来在什么时候、学习了什么内容后可以再去看它,使学生认识到“数学规定”有其必要性与合理性,真正感受到数学的和谐与严密.

#### 参考文献

- 1 杨冠夏.从零向量与任何向量都平行说起[J].中学数学杂志, 2008,5:64-65
- 2 丁洁,赵洁.根深叶茂 源远流长——记伍鸿熙教授北京教育之行[J].数学通报,2011,11:3-7
- 3 张奠宙,郑振初.“四基”数学模块教学的构建——兼谈数学思想方法的教学[J].数学教育学报,2011,5:16-19
- 4 蒲大勇.从“负整数指数幂”看“数学规定”教学再创造. [http://www.jyb.cn/Teaching/jxzy/201112/t20111208\\_468260.html](http://www.jyb.cn/Teaching/jxzy/201112/t20111208_468260.html)

(上接第4页)

一个问题,当我们投身于一系列改革创新的时候,这些做法却是无处复制和借鉴的.在过去,如果我们遇到问题,教育部会派一拨人去国家A、国家B,看他们怎么做,回来再思考我们自己的问题.但是现在,你们环顾世界,没有谁和我们采取同样的办法.因为我们在做自己的东西,所以只能用自己的方式去解决问题.

最后一句话:有些数学可以在“厨房”里教,并不要所有的数学都在“餐厅”里教.众所周知,菜肴是在厨房里做出来的,然后到餐厅里去享用.餐桌上的菜肴,看上去是如此完美.但是,在厨房的时

候,食材大都很脏.数学家是如何做数学的呢?他们做数学,就像在厨房里烹饪食材,开始很混乱,也许犯了很多错误,甚至都是错的.但是,他们会设法在垃圾中找金子,在错误中寻找正确.当我们教数学的时候,却是另外一件事了,先费一番苦心,精心雕琢,要把色香味俱全的菜肴,呈现在餐厅里.我可能夸大其词了.事实上,并不是每个人都想成为厨师,我们也并不想要所有的学生都成为数学家.因此,在餐厅里教数学是有道理的.但是,我们也可以考虑在厨房里教些数学,让学生感受一番做厨师的味道,原来美味的菜肴是如此成就的.