

高考试卷中“统计与概率”部分的分析与思考

——以 2012 年理科试卷为例

张定强 蒋会兵

(西北师范大学教育学院 730070)

1 引言

统计与概率是高中数学课程体系中的重要组成部分. 统计的核心是数据分析, 概率的核心是随机事件分析, 计数原理是解决计数问题的最基本、最重要的方法. 都具有实用性的特点, 与社会生活和工农业生产有着紧密的联系, 随着社会的不断发展和进步, “统计与概率”在社会的各个方面都有所体现^[1], “统计与概率”进入高考试题首次出现在 2000 年, 当时只是考查了古典概率方面的一些知识, 之后“统计与概率”方面的试题在每年的高考试卷中都出现, 并且出现了两次重大的改变: 一次是 2004 年高中新课程启动后, “统计与概率”在每年的高考大纲中比例增加; 另一次是 2007 年之后, 高考试卷中这方面的考查内容、试题的结构基本上趋于稳定, 并在试题的背景、方法等方面不断地进行创新^[2].

为了深入探索高考试题中“统计与概率”内容考试的特点, 不同的研究者从不同的方面和角度对其进行分析和思考, 陈昂对课改后“统计与概率”内容的考题从背景和思想方法方面, 通过部分典型的试题分析, 得出课改后“统计与概率”高考试题具有模型化、生活化、直观化、综合化等特点的结论; 李振雷对 2011 年新课标卷中“统计与概率”内容的考题从统计知识、古典概型和几何概型、离散型随机变量及其分布列、概率统计创新问题四个方面进行了分析, 得出新课标卷“统计与概率”试题以考查基本概念, 处理数据的基本能力为主, 突出考查利用概率统计知识解决实际问题的能力^[3]的结论; 庾中友对 2012 年高考试卷中“统计与概率”分值分文科理科利用统计软件 SPSS17.0 进行统计, 得出文科试卷着重于对统计知识的考查, 而理科试卷则侧重于对概率知识的考查^[4]的

结论. 本文在上述研究的基础上, 对 2012 年理科试卷中“统计与概率”的试题分四个维度进行分析讨论, 以探讨各维度考查的特点.

2 研究方法

本研究以 2012 年全国 18 套理科试卷中析出的“统计与概率”方面的 55 道试题为对象, 从试题背景、知识单元、知识点分布、思想方法四个维度进行统计分析, 将其统计的数据利用表格或图表的形式进行表征, 从而探讨“统计与概率”内容在高考试卷中的规律和特点. 55 道题中, 选择题有 25 道, 填空题有 13 道, 解答题有 17 道. 一般情况下选择题每题 5 分(除上海卷为 4 分), 填空题每题 5 分, 解答题分值有三类: 12 分、13 分、14 分. 在 18 套试卷中总分值最小的是上海卷 13 分, 最大的是陕西卷 28 分.

3 研究结果及分析

3.1 试题背景维度

试题背景是指试题呈现的情景状态, 可分为生活背景、教育背景、商业背景、体育背景、数学背景^[5]等五个方面. 55 道试题在三类题型中的分布情况如下表 1 示.

表 1 试题背景在题型中的分布情况

题型 背景	选择题	填空题	解答题	总计
数学背景	13	8	2	23
生活背景	7	1	6	14
教育背景	2	3	2	7
体育背景	2	1	3	6
商业背景	1	0	4	5
总计	25	13	17	55

由表1可知:以数学背景为素材的试题有23个,占总题数的42%,主要在选择题和填空题中进行考查;以生活背景为素材的试题主要在选择题和解答题中进行考查,占总题数的25.5%;以教育背景为素材的试题在三类题型中考查的题数相当,占总题数的12.7%;以体育背景为素材的试题在三种题型中均有分布,占总题数的11%;以商业背景为素材的试题只在选择题和解答题中进行考查,占总题数的9%。在三类题型中试题的考查均以一定的背景为素材,在解答题中以数学背景为素材的试题仅有2题,以其他四种背景为素材的试题为15题,占解答题总数的88.2%。从以上数据我们可以看出:高考理科试卷中试题背景的选择大部分来自学生已有的知识背景以及现实生活中经常接触到的、熟悉的素材,体现了课标所要求的统计与概率作为现代公民所要掌握的基本知识的理念。

深入解析试题,其背景呈现多元化的态势,多以学生熟知的背景为主,体现出生活化的一些特点。如全国大纲样卷第19题和重庆卷第17题是以体育比赛为背景,分别选用学生最熟悉的乒乓球、篮球比赛为试题背景,通过比赛规则的设置,考查考生对独立事件概率的求解、以及分布列、期望的理解和掌握情况。这种背景趋势要求教学中以基本的数学知识掌握为切入点,更多的列举学生日常生活中碰到的现实事例,使学生在身边熟悉的素材中理解统计与概率方面的知识。

3.2 知识单元维度

表2 知识单元在题型中的分布情况

题型 知识单元	选择题	填空题	解答题	总计
概率	5	3	16	24
计数原理	14	8	0	22
统计	6	2	1	9
总计	25	13	17	55

知识单元是指具有一定意义,可以独立进行思考和处理问题的单元体系,教科书中通常是以章的形式呈现,本文所指的知识单元是统计和概率、计数原理三部分。55道试题在三类题型中的分情况如表2所示。

由表2可知:概率知识单元在三类题型中均有分布,但主要是以解答题的形式考查,占总题数的43.6%,其中,解答题考查所占比例较大,占整个概率知识单元的67%。计数原理知识单元主要以选择题和填空题的形式考查,占总题数的40%;统计知识单元在三类题型中均有分布,但以选择题和填空题的考查为主,占总题数的16.3%;从以上数据可以看出:高考理科试卷中概率、计数原理知识单元是“统计与概率”方面考查的重点内容,占总题数的83.6%,而统计知识单元考查的比重相对较小,仅占总题数的16.4%。

高考试卷中的试题一般隶属于某一个知识单元,特别是选择题和填空题更是如此。如新课标卷第2题是对统计知识单元的考查;安徽卷第7题、四川卷第7题、辽宁卷第5题等是对计数原理单元的考查;湖北卷第8题、福建卷第6题等是对概率知识单元的考查。由于选择题和填空题主要以容易和中等难度的题型为主,所以将题型独立于某个知识单元可以降低试题的难度,进而能够很好的控制试题。这种以相对独立的知识单元为考查形式的试题特点要求教学过程中应加强对每个知识单元整体把握,夯实基础知识,最终使学生形成知识网络。

3.3 知识点维度

知识点是指数学中的具体概念、定理、公式、法则、性质等。高考试题最终考查的实质就体现为对知识点的考查,为了更全面地分析各个知识点在题型中的分布情况,该维度通过统计归纳出12个知识点,表3就表示具体知识点在题型中的分布特点。

表3 知识点在题型中的分布情况

题型 知识点	选择题	填空题	解答题	总计
离散型随机变量分布列、方差、期望	1	0	17	18
计数原理、排列组合	9	1	5	15
古典概率	2	2	9	13
二项式定理	3	7	0	10
互斥事件、独立事件	1	1	7	9
频率、频数、样本、总体	3	1	3	7
简单抽样、分层抽样、系统抽样	1	3	3	7
平均数、中位数、方差、极差	4	0	0	4
频率直方图、茎叶图、列表	2	0	2	4
几何概型	4	0	0	4
最小二乘法、相关性、回归方程	0	1	1	2
假设检验、正态分布	0	1	1	2
总计	30	17	48	95

由表3可知:2012年理科数学18套试卷中关于统计与概率累计考查了95个知识点,涉及解答题的知识点有48个,涉及选择题的知识点有30个,涉及填空题的知识点有17个.其中涉及离散型随机变量分布列、方差、期望知识点的试题有18个,主要集中在解答题方面;涉及计数原理、排列组合知识点的试题有15个,以选择题和解答题为主;涉及古典概率知识点的试题有9个,主要集中在解答题中;而涉及二项式定理知识点的试题不涉及解答题;涉及互斥事件、独立事件知识点的试题有9个,也主要集中在解答题中;涉及频率、频数、样本、总体和简单抽样、分层抽样、系统抽样等知识点的试题所占题型差不多;涉及平均数、中位数、方差、极差、几何概型知识点的试题只在选择题中;涉及频率直方图、茎叶图、列表知识点的试题主要在选择和解答题中;涉及最小二乘法、相关性、回归方程和假设检验、正态分布等知识点的试题所占比例差不多.从以上数据我们可以看出:高考理科试卷中对“统计与概率”部分内容的知识点全部考查到,主要集中在解答题中,以离散型随机变量分布列、方差、期望及计数原理、排列组合、古典概率、二项式定理的考查为主.虽然最小二乘法、相关性、回归方程、频率直方图、茎叶图、列表、

假设检验、正态分布等知识点在试卷中所占比重不大,但也是考查的内容,教学中不可轻视.

高考试题考查的落脚点是知识点,而这些知识点的相互联系、相互渗透就是解决高考试题的关键.如天津卷第16题,山东卷第19题就是考查二项分布及其概率计算公式,互斥事件、事件的相互独立性,离散型随机变量的分布列及数学期望等知识点,考查考生综合运用这些知识点解决实际问题的能力.试题中知识点综合化的特点就要求在日常的教学要关注它们之间的相互联系,用概念图等方式厘清之间的联系与区别,在认真审题,理解问题实质的基础上,将问题成功地转化为试题所考查的知识点,进而快速的解决问题.

3.4 思想方法维度

数学思想方法是人们在数学实践中形成的发现、提出、分析、解决数学问题的途径、程序和手段.数学思想方法不仅是数学学习的重点,而且是数学思维能力发展的重要保障.该维度从统计与概率试题中蕴含的思想方法入手分析高考试题的分布规律与特点.在统计与概率方面主要的思想方法有:抽样思想方法、统计推断思想方法、随机思想方法、分类讨论思想方法.四种思想方法在三类题型中的分布情况如下表4所示.

表4 思想方法在题型中的分布情况

题型背景	选择题	填空题	解答题	总计
随机思想方法	5	3	11	19
统计推断思想方法	6	2	6	14
分类讨论思想方法	5	1	2	8
抽样思想方法	1	3	3	7
总计	17	9	22	48

由表4可知:涉及统计与概率中的四种思想方法均渗透在三类题型中.其中,选择题以统计推断思想方法、随机思想方法、分类讨论思想方法为主;填空题中以抽样思想方法、统计推断思想方法、随机思想方法为主;解答题中主要以统计推断思想方法、随机思想方法为主.三类题型中解答题涉及的思想方法最多,填空题较少,考查最多的数学思想方法是随机思想方法,其次是统计推断思想方法,两者占被考查数学方法的68.8%.

数学知识的精髓是数学思想方法,数学思想方法不仅是一种使人们领悟数学真谛、懂得数学价值所必须掌握的,而且也是解决现实数学问题的利器.高考试题中不但注重基础知识和基本技能的考查,而且也注重思想方法的考查.高考“统计与概率”部分的试题,除了对“统计与概率”所特有的抽样思想方法、统计推断思想方法、随机思想方法的考查之外,分类讨论思想方法也是其考查的重点,如四川卷第11题就考查了排列、组合知识与分类讨论思想方法.数学思想方法是数学知识更高层次的概括和抽象,对学生促进学生能力的发展和数学学习具有十分重要的作用.因此,教师在教学过程中要转变教学观念,注重思想方法的渗透,将数学思想方法列为重要的教学目标,认真挖掘各知识点背后所蕴含的思想方法,将数学知识与数学思想方法有机地结合起来,使学生更好地理解数学本质.

4 研究结论

根据以上统计分析,高考理科试卷中“统计与概率”部分的试题具有以下规律和特点:

(1)试题背景呈现多元化的态势,以学生熟知的背景为主,体现出生活化的一些特点;教学中应

联系生活实际,营造学生熟悉的教学生态环境,让其理解知识、应用知识.

(2)概率与计数原理这两个知识单元是三类题型中考查的重点,概率单元是解答题考查的重点,计数原理单元是选择题考查的重点,而统计单元也是选择题考查的重点,那么教学中强化对概率知识的掌握和运用就是理性的选择.

(3)12个知识点在高考理科试卷大多涉及到,累计考查了95个知识点,其中解答题涉及48个,选择题涉及30个,传统的重点知识点在各种题型中分布较稳定,新增知识的考查比重不大,但也是考查的重要内容.

(4)数学思想方法是高考考查的重点,有22道解答题涉及4类数学思想方法,其中随机思想方法、统计推断思想方法是考查的重点.教学中要不断强化对数学思想方法的挖掘,促使学生掌握统计与概率的本质.

通过以上的统计分析,为更好地进行统计与概率的教与学提供了一个参考框架.统计与概率是高中数学体系中的重要内容,学习与掌握其本质不仅是升学的需要,也是一位合格公民的需要.统计与概率中所蕴藏的思想方法对提高人生素养具有不可替代的作用,应该通过营造良好的教学环境,创新实际问题情境,在师生互动与探讨中,通过提出问题、发现问题、分析问题、解决问题等环节,让学生体会“统计与概率”中蕴含的思想方法^[6],掌握基本统计与概率本质特征,更好地创造美好生活.

参考文献

- 1 陈希孺. 机会的数学[M]. 北京:清华大学出版社,2005,5
- 2 陈昂,任子朝. 课改后统计与概率内容考查研究[J]. 数学通报,2013,2:13-16
- 3 李振雷. 2011新课标高考试题分类评析—统计与概率[J]. 高中数理化,2012,1:4-6
- 4 虞中友. 2012数学试题研究—统计与概率[J]. 凯里学院学报,2012,6:154-155
- 5 叶立军. 中美高中数学教材比较研究—以“几何概型”为例[J]. 数学教育学报,2012,2:49-52
- 6 数学课程标准研制组. 普通高中数学课程标准(实验)解读[M]. 南京:江苏教育出版社,2004,3