

平均法处理测电源电动势和内阻数据的研究

何述平

(西北师范大学 教育学院 物理教育研究所, 甘肃 兰州 730070)

摘 要: 推证了线性函数的平均法, 并用于测量电源电动势和内阻的数据处理, 结合实验数据给出了运用结果; 讨论了平均法的疑惑、特点, 指出了现行教科书中运用平均法的欠缺, 提出了相应的教学建议。

关键词: 平均法; 电动势; 内阻; 数据处理; 系统误差

中图分类号: G633.7 文献标识码: A 文章编号: 1005-4642(2013)06-0016-04

1 引 言

测电源电动势和内阻实验是普通高中课程标准实验教科书物理选修 3-1 的基本而重要的内容, 其原理方法有伏安法、伏阻法、安阻法^[1-6], 数据处理方法有方程法和图像法^[1-5]. 然而, 如何合理地运用方程法处理数据? 是否为了减小误差, 可多测几组 I, U 数据, 列出若干组联立方程, 解出若干组 E, r , 最后求出它们的平均值^[1-5]? 伏阻法、安阻法可否采用类似的方程法处理数据? 本文就此进行相应探究, 以解释存在的疑惑, 明晰合理处理测电源电动势和内阻数据的平均法, 并为其教学设计奠定层次性、开放性的理论基础。

2 线性函数的平均法的推证

平均法是物理实验数据处理的基本方法, 是解决拟合(回归)直线时方程数多于变量数的方法^[7], 简明推证线性函数的平均法, 具有普遍性、针对性. 设物理直接测量量 x, y 呈线性关系

$$y = a_0 + a_1 x, \quad (1)$$

式中 a_0, a_1 为间接测量量(恒量). 测 $2n$ 组数据 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, 2n, n \geq 1$, 依次代入式(1), 得 $2n$ 个线性方程; 根据平均法处理数据的基本思想^[7], 测量数据按大小顺序对半分为 2 组, 再分别求和, 有

$$\sum_{i=1}^n y_i = na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i, \quad (2)$$

$$\sum_{i=n+1}^{2n} y_i = na_0 + a_1 \sum_{i=n+1}^{2n} x_i, \quad (3)$$

由式(2)~(3)得

$$a_0 = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=n+1}^{2n} x_i \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=n+1}^{2n} y_i}{\sum_{i=n+1}^{2n} x_i - \sum_{i=1}^n x_i}, \quad (4)$$

$$a_1 = \frac{\sum_{i=n+1}^{2n} y_i - \sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=n+1}^{2n} x_i - \sum_{i=1}^n x_i}. \quad (5)$$

简化式(4)~(5), 有

$$a_0 = \frac{\overline{x_q y_p} - \overline{x_p y_q}}{\overline{x_q} - \overline{x_p}}, \quad (6)$$

$$a_1 = \frac{\overline{y_q} - \overline{y_p}}{\overline{x_q} - \overline{x_p}}. \quad (7)$$

其中 $\overline{x_p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \overline{x_q} = \frac{1}{n} \sum_{i=n+1}^{2n} x_i, \overline{y_p}, \overline{y_q}$ 类同. 式(6)~(7)表明线性函数的平均法取平均效果的意义. 式(4)~(5)或式(6)~(7)分别是线性函数的 a_0, a_1 估值的平均法表达式。

3 平均法处理测电源(E, r)数据

3.1 伏安-平均法

伏安法测电源电动势和内阻有电流表内、外接(相对电源)2 种方式, 分别如图 1 和图 2. 不考虑电表影响, 由闭合电路欧姆定律均有

$$U = E - Ir, \quad (8)$$

式(8)表明 U 与 I 呈线性关系(E, r 为恒量). 于

收稿日期: 2013-03-15

作者简介: 何述平(1964-), 男, 甘肃兰州人, 西北师范大学教育学院副教授, 硕士, 从事物理教学论的理论和实验的教学与研究工作。

是,测偶数组数据 (I_i, U_i) , 由式(8)及式(4)和(5)处理数据得 $E_{测}, r_{测}$.

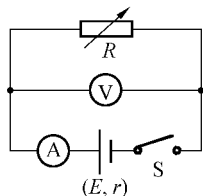


图 1 电流表内接式

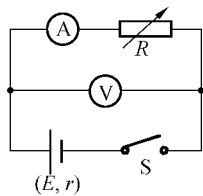


图 2 电流表外接式

3.1.1 电流表内接式

考虑电流表分压的影响,由闭合电路欧姆定律有

$$U = E - I(r + R_A) \quad (9)$$

比较式(8)和(9)并修正已定系统误差,有

$$E_{内修} = E_{内测}, r_{内修} = r_{内测} - R_A \quad (10)$$

式(10)表明伏安法内接式测电源电动势和内阻中,仅电流表内阻 R_A 对测电源内阻 r 带来影响 ($R_A \rightarrow 0$ 时,影响为零).

3.1.2 电流表外接式

考虑电压表分流的影响,由闭合电路欧姆定律有

$$U = E - \left(I + \frac{U}{R_V} \right) r \quad (11)$$

式(11)变形,得

$$U = \frac{R_V}{R_V + r} E - I \frac{R_V r}{R_V + r} \quad (12)$$

比较式(8)和(12)并修正已定系统误差,有

$$E_{外修} = \frac{R_V \cdot E_{外测}}{R_V - r_{外测}}, r_{外修} = \frac{R_V \cdot r_{外测}}{R_V - r_{外测}} \quad (13)$$

式(13)表明伏安法外接式测电源电动势和内阻中,仅电压表内阻 R_V 对测电源电动势 E 和内阻 r 带来影响 ($R_V \rightarrow \infty$ 时,影响为零).

3.2 伏阻-平均法

伏阻法测电源电动势和内阻的电路如图 3 所示. 不考虑电表影响,由闭合电路欧姆定律有

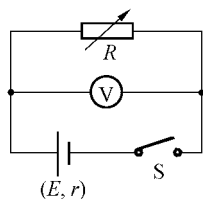


图 3 伏阻法测电源电动势和内阻电路

$$E = U + \frac{U}{R} r \quad (14)$$

式(14)线性化得

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{E} + \frac{r}{E} \frac{1}{R} \quad (15)$$

式(15)表明 $\frac{1}{U}$ 与 $\frac{1}{R}$ 呈线性关系 (E, r 为恒量). 于是,测偶数组数据 (R_i, U_i) , 由式(15)及式(4)和(5)处理数据得 $E_{伏测}, r_{伏测}$.

考虑电压表分流的影响,由闭合电路欧姆定律有

$$E = U + \frac{U}{R // R_V} r \quad (16)$$

式(16)线性化有

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{E} \left(1 + \frac{r}{R_V} \right) + \frac{r}{E} \frac{1}{R} \quad (17)$$

比较式(15), (17)并修正已定系统误差,有

$$E_{伏修} = \frac{R_V E_{伏测}}{R_V - r_{伏测}}, r_{伏修} = \frac{R_V r_{伏测}}{R_V - r_{伏测}} \quad (18)$$

式(18)表明伏阻法测电源电动势和内阻中,电压表内阻 R_V 对测电源电动势 E 和内阻 r 带来影响 ($R_V \rightarrow \infty$ 时,影响为零).

3.3 安阻-平均法

安阻法测电源电动势和内阻的电路如图 4 所示. 不考虑电表影响,由闭合电路欧姆定律有

$$E = I(r + R) \quad (19)$$

式(19)线性化,得

$$\frac{1}{I} = \frac{r}{E} + \frac{1}{E} R \quad (20)$$

式(20)表明 $\frac{1}{I}$ 与 R 呈线性关系 (E, r 为恒量). 于是,测偶数组数据 (R_i, I_i) , 由式(20)及式(4), (5)处理数据得 $E_{安测}, r_{安测}$.

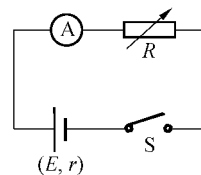


图 4 安阻法测电源电动势和内阻电路

考虑电流表分压的影响,由闭合电路欧姆定律有

$$E = I(r + R + R_A) \quad (21)$$

式(21)线性化有

$$\frac{1}{I} = \frac{r+R_A}{E} + \frac{1}{E}R. \quad (22)$$

比较式(20)和(22)并修正已定系统误差,有

$$E_{\text{安修}} = E_{\text{安测}}, r_{\text{安修}} = r_{\text{安测}} - R_A. \quad (23)$$

式(23)表明安阻法测电源电动势和内阻中,电流表内阻 R_A 对测电源内阻 r 带来影响($R_A \rightarrow 0$ 时,影响为零).

4 平均法的运用及结果

取测同 1 节 1 号干电池电动势和内阻的数据(所用仪器:筒式电阻箱 J2362 型;直流安培计 J0407 型,0.6 A 挡, $R_A = 0.124 \Omega$;直流伏特计 J0408 型,3 V 挡, $R_V = 3 \text{ k}\Omega$)^[5],如表 1 所示.依次运用上述推证的线性函数的平均法处理测电源电动势和内阻数据.

表 1 测量数据

R/Ω	I/A			U/V		
	图 1	图 2	图 4	图 1	图 2	图 3
2	0.57	0.58	0.58	1.22	1.32	1.30
3	0.42	0.42	0.43	1.31	1.38	1.36
5	0.27	0.27	0.27	1.39	1.43	1.41
10	0.14	0.14	0.15	1.46	1.48	1.48
15	0.10	0.10	0.10	1.48	1.49	1.49
20	0.08	0.08	0.08	1.49	1.50	1.50

4.1 伏安-平均法的结果

4.1.1 电流表内接式

1) 测量结果

由式(8)及式(4)~(5)、表 1 中(I_i, U_i)数据得: $E_{\text{内测}} = 1.53 \text{ V}$, $r_{\text{内测}} = 0.54 \Omega$.

2) 修正结果

由式(10)、 R_A 数据和以上测量结果得: $E_{\text{内修}} = 1.53 \text{ V}$, $r_{\text{内修}} = 0.42 \Omega$.

4.1.2 电流表外接式

1) 测量结果

由式(8)及式(4)~(5)、表 1 中(I_i, U_i)数据得: $E_{\text{外测}} = 1.53 \text{ V}$, $r_{\text{外测}} = 0.36 \Omega$.

2) 修正结果

由式(13)、 R_V 数据和以上测量结果得: $E_{\text{外修}} = 1.53 \text{ V}$, $r_{\text{外修}} = 0.36 \Omega$.

4.2 伏阻-平均法的结果

1) 测量结果

由(15)及式(4)~(5),表 1 中(R_i, U_i)数据

得: $\frac{1}{E_{\text{伏测}}} = 0.653 \text{ V}^{-1}$, $\frac{r_{\text{伏测}}}{E_{\text{伏测}}} = 0.246 \text{ A}^{-1}$;进而有: $E_{\text{伏测}} = 1.53 \text{ V}$, $r_{\text{伏测}} = 0.38 \Omega$.

2) 修正结果

由式(18)、 R_V 数据和以上测量结果得: $E_{\text{伏修}} = 1.53 \text{ V}$, $r_{\text{伏修}} = 0.38 \Omega$.

4.3 安阻-平均法的结果

1) 测量结果

由式(20)及式(4)~(5),表 1 中(R_i, I_i)数据得: $\frac{1}{E_{\text{安测}}} = 0.612 \text{ V}^{-1}$, $\frac{r_{\text{安测}}}{E_{\text{安测}}} = 0.543 \text{ A}^{-1}$;进而有: $E_{\text{安测}} = 1.63 \text{ V}$, $r_{\text{安测}} = 0.88 \Omega$.

2) 修正结果

由式(23)、 R_A 数据和以上测量结果得: $E_{\text{安测}} = 1.63 \text{ V}$, $r_{\text{安修}} = 0.76 \Omega$.

上述 4 种具体处理测电源电动势和内阻数据的平均法的结果表明:线性函数的平均法具有合理性、可行性(以上平均法的结果与相应运用最小二乘法的结果非常接近).

5 平均法的讨论

5.1 选用先平均法的原因

依据间接测量数据处理算法的先平均法与后平均法的讨论^[8]知: E, r (待测量,即间接测量量)与 U, I 或 $\frac{1}{U}, \frac{1}{R}$ 或 $\frac{1}{I}, R$ (直接测量量)均有明确的函数关系[式(8),式(15),式(20)], E, r 存在确定的实际值(相对电源,为恒量);且由式(8)或式(15)或式(20)的任意两方程确定的 E_i, r_i 的波动性主要反映随机误差.因此,测电源电动势和内阻的数据处理方法采用先平均法[即本文的平均法,由式(4),(5)直接或间接计算 E, r 的估值].这样,伏安法测电源电动势和内阻的数据处理方法^[1-5]即后平均法,明显欠妥;同理,伏阻法、安阻法的数据处理也不可采用类似的方程法.

鉴于先平均法和后平均法各适用于两类本质不同的问题;虽然先平均法与后平均法的数学运算结果对相当多的具体问题相差甚微,但也不宜混用^[8].因此,中学物理实验中,不仅不应运用后平均法(即方程法),而且更没有必要介绍.

5.2 按数据大小顺序分组的原因

由误差的方合根合成,对式(7)有

$$\frac{s_{a_1}}{a_1} = \sqrt{\frac{s_{y_q}^2 + s_{y_p}^2}{(y_q - y_p)^2} + \frac{s_{x_q}^2 + s_{x_p}^2}{(x_q - x_p)^2}}, \quad (24)$$

s 为标准差. 由式(24)知: $\overline{y_q} - \overline{y_p}$ 及 $\overline{x_q} - \overline{x_p}$ 的数值越大, $\frac{s_{a_1}}{a_1}$ 就越小, 即 a_1 的相对误差越小. 因此, 运用平均法时按数据大小顺序分组为好, 这样使方程(2), (3)的“重心”相差大些^[7].

5.3 平均法特点及比较

虽然平均法是解决拟合(回归)直线时方程数多于变量数时的数据处理基本方法, 但平均法并非依据严格的统计理论, 具有某种平均效果, 特别处理线性函数的拟合问题时结果较好^[7]. 因而, 平均法虽粗略, 但形式简明、运算简便(代数形式、代数运算), 应作为中学物理实验处理线性方程数多于变量数问题的基本方法. 合理运用线性函数的平均法的程序为: 方程线性化→数据对半分→各组数据平均→计算待测量.

比较上述4种具体平均法知, 从线性函数的平均法处理数据的单一角度看, 简捷程度(由简到繁)依次为: 伏安内接式-平均法、伏安外接式-平均法、安阻-平均法、伏阻-平均法; 但从原理方法的准确程度(即电表内阻的影响, 已定系统误差)、平均法的简捷程度的综合角度看, 测电源电动势和内阻的合理、可行的方法顺序为: 伏安外接式-平均法、伏阻-平均法、伏安内接式-平均法、安阻-平均法. 因此, 更宜采用伏安外接式-平均法.

6 教学建议

6.1 器材匹配建议

表1的数据虽可用, 但可明显地看出: 电压数据分布过于集中. 在电表(直流安培计 J0407 型, 0.6 A 挡, $R_A = 0.124 \Omega$; 直流伏特计 J0408 型, 3 V 挡, $R_V = 3 \text{ k}\Omega$) 已定的条件下, 取 1 节 1 号干电池 ($E \approx 1.5 \text{ V}$, $r \approx 0.5 \Omega$) 作为待测电源, 已明显欠匹配. 因此, 应选 1 节 1 号干电池与 1 只标准电阻 R_0 (可依据电路参量估算其大小) 的串联或 2 节 1 号干电池串联或可调内阻电池 ($E \approx 2.0 \text{ V}$, $r \approx 5.0 \Omega$) 作为待测电源, 变阻器宜选用教学电阻箱 (J2361-1 型, 9 999.9 Ω).

6.2 误差分析建议

对测电源电动势和内阻实验进行误差分析的目的, 是明确已定系统误差产生的原因即电表内阻的影响, 从而为合理选取测量电路提供依据. 在此基础上, 可由考虑电表影响的测电源电动势和内阻的表达式进一步理解等效电源(电压源),

如伏安法外接式: $E_{\text{外测}} = \frac{R_V E}{R_V + r}$, $r_{\text{外测}} = \frac{R_V r}{R_V + r}$, 再结合图 2, 可自然而然地理解为什么等效电源 ($E_{\text{外测}}, r_{\text{外测}}$) 是电压表 V 与电源 (E, r) 的并联; 其他的类同. 而对已定系统误差的修正 [如式(10), (13)], 可作为测电源电动势和内阻实验的提高性要求.

7 结束语

推证了线性函数的平均法, 给出了处理测电源电动势和内阻数据的具体平均法; 结合测量数据提供了运用平均法的合理性测量结果、修正结果. 讨论了现行普通高中课程标准实验教科书中测电源电动势和内阻实验数据处理的平均法的本质, 指出了方程法的不妥, 解释了中学物理实验中不仅不应运用而且没有必要介绍方程法的缘由. 讨论了平均法的特点, 提出了测电源电动势和内阻的合理、可行的方法顺序, 给出了器材匹配、误差分析的教学建议. 本文探究的线性函数的平均法, 是高中物理教师应清晰并能灵活运用的物理实验数据处理的基本方法.

参考文献:

- [1] 人民教育出版社课程教材研究所, 物理课程教材研究开发中心. 普通高中课程标准实验教科书·物理(选修 3-1) [M]. 2 版. 北京: 人民教育出版社, 2007: 69-70.
- [2] 人民教育出版社课程教材研究所, 物理课程教材研究开发中心. 普通高中课程标准实验教科书·物理(选修 3-1)(教师教学用书) [M]. 2 版. 北京: 人民教育出版社, 2007: 96-99.
- [3] 束炳如, 何润伟. 普通高中课程标准实验教科书·物理(选修 3-1) [M]. 2 版. 上海: 上海科技教育出版社, 2007: 82-85.
- [4] 陶洪. 物理实验论 [M]. 南宁: 广西教育出版社, 1996: 174-177.
- [5] 王兴乃, 罗栋国. 高中物理实验大全(第 2 册) [M]. 北京: 电子工业出版社, 1989: 279-290.
- [6] 安忠, 刘炳升. 中学物理实验教学研究 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1986: 237-238.
- [7] 龚镇雄. 普通物理实验中的数据处理的 [M]. 西安: 西北电讯工程学院出版社, 1985: 124-130.
- [8] 朱鹤年. 物理实验研究 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1994: 106-112.

(下转第 22 页)

程 $\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 p$, 其中 $c = 331.45 \sqrt{1 + \frac{t}{273.16}}$, t 为温度($^{\circ}\text{C}$). 若以同样的数据间隔并让温度平衡后再记录数据, 要 5 h 完成实验. 温度平衡后的数据与理论值一致.

5 结束语

声速测量改变了传统的测量方法, 使测量更快捷、准确、直观. 利用示波器可清楚地观察到整理前和整理后的声音波形, 观察到发出和返回声脉冲的传播过程. 声传播场限定在石英玻璃管

内, 方便温度的改变. 两端密封且联通胶囊保持管内压力稳定, 可以研究声在不同气体中传播速度随温度的变化. 在低年级开设该实验, 可以让学生了解传感器应用的完整过程.

参考文献:

- [1] 马大猷. 声学手册[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
- [2] 徐爱卿. Intel 16 位单片机[M], 2 版. 北京: 航空航天大学出版社, 2002.
- [3] 许永和. Visual Basic 接口设计与工程实践[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2007.

Intelligent experiment of temperature-dependent sound velocity

GUO Li-qun^a, WU Bo^a, HUANG Yan-fang^a,
ZHAO Jing^a, FENG Sheng-tong^b, WANG Yi^b

(a. Technology Center for Engineering Education; b. Physics teaching and Experimental Center, Beijing Institute of Petrochemical Technology, Beijing 102617, China)

Abstract: The intelligent experimental device of temperature-dependent sound velocity was self-made, the principle and performance of this device were detailed. In this device, the sound field was confined in a 1.2 m quartz tube in order to control the temperature. Using measuring circuit to record the transmission time of sound wave, and control circuit to measure the temperature, the sound velocity was calculated, and the relationship between sound velocity and temperature was obtained.

Key words: sound velocity; temperature; sensor; intelligent

[责任编辑: 尹冬梅]

(上接第 19 页)

Data processing in the measurement of electromotive force and internal resistance by average method

HE Shu-ping

(Research Institute of Physics Education, College of Education,
Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: An average method of linear function was deduced in detail and applied to the data processing of electromotive force and internal resistance. The measurement results were given and the characteristics of this method were discussed. The deficiency of utilizing average method in the present textbooks was pointed out, and corresponding teaching suggestions were put forward.

Key words: average method; electromotive force; internal resistance; data processing; system error

[责任编辑: 尹冬梅]