



高考数学全国卷(二) 试题难度趋势分析

——以甘肃省高考数学试卷为例

西北师范大学教育学院 730070 张定强 闫佳洁

【摘要】 高考试题难度已成为基础教育工作者非常关心的议题之一. 以2011—2016年度高考数学全国卷(二)为研究对象,用综合难度模型法、层次分析法和问卷调查法,分选择题、填空题、解答题探析试题的难度变化趋势,以把握新课程高考数学的现状,析理命题变化的规律,更好地从事高中数学教与学.

【关键词】 高考数学;综合难度模型;层次分析法;试题难度

1 引言

高考是衔接基础教育与高等教育的桥梁,是选拔人才的重要途径. 高考作为实施新一轮基础教育课程改革的重要环节,已然成为教育工作者研究的重要问题. 本论文以近六年高考数学全国卷(二)为对象,研究高考数学试题难度的变化趋势,以把握新课程高考数学的现状和命题的发展趋势,总结归纳其规律,从而更好地进行高中数学的教与学.

2 研究方法

本文采用综合难度模型法、层次分析法、问卷调查法. 在具体分析时,按照选择题、填空题、解答题三种题型分类讨论,得出一些规律,并加以分析讨论.

一般情况下,评价数学试题难度是从学生得分率和试题本身难度的角度进行. 学生得分率受学习水平、考试环境、心理素质等因素影响,准确刻画难度有困难;试题本身难度是学者根据影响试题难度的要素建立的评价模型,常见的是鲍建生在文[1]中提出的综合难度模型,分五个难度因素,每个因素分别有若干个水平层次来确定其难度,运算公式如下,具体计算在文三部分.

$$d_i = \frac{\sum_j n_{ij} d_{ij}}{n} \quad \left(\sum_j n_{ij} = n; i = 1, 2, 3, 4, 5; j = 1, 2, \dots \right) \quad (1)$$

其中 $d_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 依次表示“探究”、“背景”、“运算”、“推理”、“知识含量”五个难度因素上的计算值, d_{ij} 为第 i 个难度因素的第 j 个水平的权重(依水平分别取 $1, 2, 3, \dots$); n_{ij} 则表示这组题目中属于第 i 个难度因素的第 j 个水平的题目的个数, n 为该组题目的总数.

要计算某年某类试题的难度,就需要明晰五个难度因素上的权重,为此我们采用层次分析法建立权重模型. 首先建立综合难度模型层级结构,其次是构造判断矩阵,然后求出该判断矩阵的唯一最大正特征根对应的特征向量,最后进行一致性检验从而求出五个因素上的权重向量. 在此需要建立比例标度值,对判断矩阵进行一致性检验,由于此难度模型是5阶,其随机一致性指标 RI 实际经验值是 $1.12^{[2]}$. 如何得到层次分析法的比较判断矩阵,我们对兰州市的100名高中数学教师进行了两个因素的相对重要性方面的问卷调查,根据统计结果,将探究、背景、运算、推理和知识含量五个因素按照重要性排序,依次是知识含量、探究、背景、推理及运算,建立了比较判断矩阵,其最大特征值为 $\lambda \approx 5.3845$,得权重向量如下表1所示:

表1 五大因素权重

因素	探究	背景	运算	推理	知识含量
权重(%)	23.08	12.96	3.40	7.14	53.43

3 试题难度趋势分析

2011—2016年高考数学全国卷(二)题型有选择题、填空题和解答题,其中选择题12道,填空题4道,在甘肃省2013—2016年实行新课程高考6道解答题中有一道题是三选一,不易归类分析,由于综合难度模型分析时是加权平均的方法,总题量的变化不影响最后的结果,所以视2011—2012年解答题为6道,2013—2016年解答题为5道,下面分维度进行趋势分析.

3.1 选择题

高考数学选择题属于客观性试题,即有备选答



案. 下面依据鲍建生的综合难度模型将选择题按探究、背景、运算、推理和知识含量因素及等级水平进行统计, 如表 1.

表 1 2011—2016 年高考数学全国卷(二) 选择题考查水平统计

因素	等级水平	年份 / 题量					
		2011	2012	2013	2014	2015	2016
探究	识记	0	1	2	4	3	3
	理解	10	10	8	6	6	7
	探究	2	1	2	2	3	2
背景	无实际背景	11	12	12	10	10	10
	个人生活	1	0	0	0	0	1
	公共常识	0	0	0	2	1	0
	科学情境	0	0	0	0	1	1
运算	无运算	0	0	3	1	1	0
	数值运算	4	6	6	10	5	4
	简单符号运算	5	3	3	0	3	6
	复杂符号运算	3	3	0	1	3	2
推理	无推理	0	1	2	2	2	2
	简单推理	8	8	8	8	7	9
	复杂推理	4	3	2	2	3	1
知识含量	单个知识点	3	2	7	5	4	4
	两个知识点	6	8	3	5	5	6
	两个以上知识点	3	2	2	2	3	2

通过上面的统计数据, 得到了选择题每个等级水平的折线图:

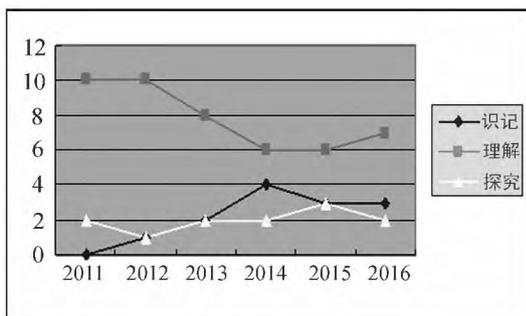


图 1-1 选择题探究因素折线图

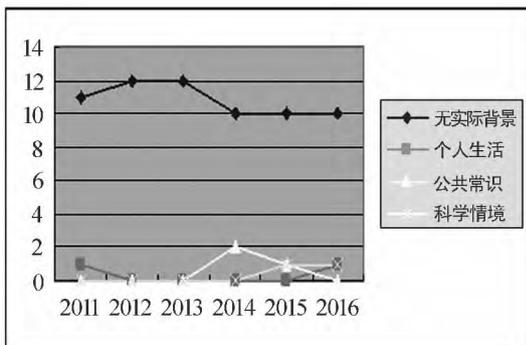


图 1-2 选择题背景因素折线图

由图 1-1 可知, 在探究因素方面, 近六年高考数学全国卷(二) 选择题中, 考查学生理解水平的题目总体较多, 虽然在 2012 年后, 考查理解水平的题目有所下降, 但还是高于识记和探究.

由图 1-2 可知, 在背景因素方面, 题目几乎都无背景, 为“纯粹”的数学题, 个别题目以个人生活、公共常识和科学情境为背景. 2013 年之后, 背景题目开始出现, 这与新课标倡导注重发展学生的应用意识相关, 背景题目的增加会成为一种要求和趋势.

由图 1-3 可知, 在运算因素方面, 总体数值运算居多, 不涉及运算的题目在 0—3 道之间, 2016 年, 选择题中有一半的题目都是简单符号运算, 总体来说, 近六年高考数学选择题对学生的运算要求较低.

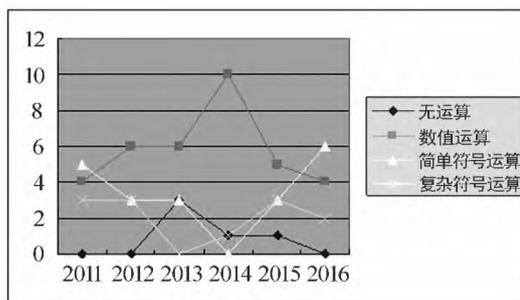


图 1-3 选择题运算因素折线图

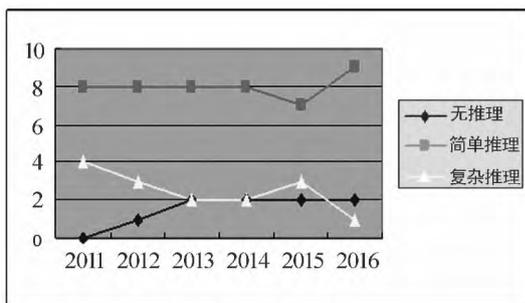


图 1-4 选择题推理因素折线图

由图 1-4 可知,在推理因素方面,涉及简单推理的选择题较多,六年中基本保持在每年 8 道左右,无推理题目自 2013 年开始,每年都保持在 2 道,题目难度变化趋势稳定。

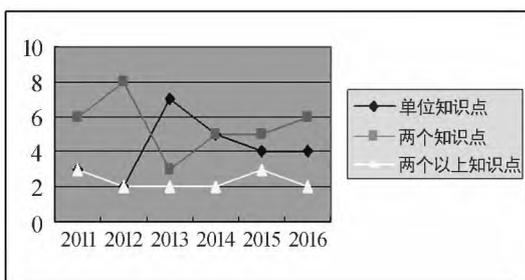


图 1-5 选择题知识含量折线图

由图 1-5 可知,在知识含量方面,含两个以上知识点的题目很少,每年都在 2—3 道之间,考查单个知识点的题目只有在 2013 年较多,达到了 7 道,考查两个知识点以上在 2—3 道的范围内,总体来看,考查两个知识点的题目较多。

用式(1)对题目的难度值进行加权计算,2011—2016 年选择题的各个因素平均难度值为:

$$2011 \text{ 年: } d_{11} = 2.17; d_{12} = 1.08; d_{13} = 2.92; d_{14} = 1.50; d_{15} = 2.00.$$

$$2012 \text{ 年: } d_{21} = 2.00; d_{22} = 1.00; d_{23} = 2.75; d_{24} = 2.17; d_{25} = 2.00.$$

表 3 2011—2016 年高考数学全国卷(二) 填空题考查水平统计

	等级水平	年份 / 题量					
		2011	2012	2013	2014	2015	2016
探究	识记	0	1	0	1	1	0
	理解	4	2	3	2	1	4
	探究	0	1	1	1	2	0
背景	无实际背景	4	4	4	4	4	3
	个人生活	0	0	0	0	0	1
	公共常识	0	0	0	0	0	0
	科学情境	0	0	0	0	0	0

$$2013 \text{ 年: } d_{31} = 2.00; d_{32} = 1.00; d_{33} = 2.00; d_{34} = 2.00; d_{35} = 1.08.$$

$$2014 \text{ 年: } d_{41} = 1.83; d_{42} = 1.33; d_{43} = 2.08; d_{44} = 2.17; d_{45} = 1.75.$$

$$2015 \text{ 年: } d_{51} = 2.00; d_{52} = 1.42; d_{53} = 2.67; d_{54} = 2.08; d_{55} = 1.92.$$

$$2016 \text{ 年: } d_{61} = 1.92; d_{62} = 1.33; d_{63} = 2.83; d_{64} = 1.92; d_{65} = 1.83.$$

对于每年高考数学选择题的难度计算公式如下:

$$D_i = ad_{i1} + bd_{i2} + cd_{i3} + dd_{i4} + ed_{i5},$$

其中 a, b, c, d, e 分别是探究、背景、运算、推理和知识含量各自的权重,计算出 2011—2016 年选择题的整体难度,具体结果如下表:

表 2 2011—2016 年选择题的整体难度

选择题	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年	2015 年	2016 年
$D(\%)$	191.58	190.82	137.90	175.54	191.08	182.67

得到如下的折线统计图:

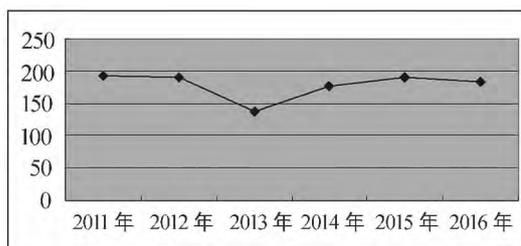


图 1-6 六年选择题整体难度折线图

就选择题而言,综合难度呈现先下降再上升的趋势,2013 年的综合难度最低,但基本处于稳定趋势。

3.2 填空题

高考数学填空题与选择题同属于客观性试题,但填空题没有备选答案,将填空题按探究、背景、运算、推理和知识含量因素的等级水平进行统计,如表 3。



	等级水平	年份 / 题量					
		2011	2012	2013	2014	2015	2016
运算	无运算	0	0	0	0	0	2
	数值运算	0	1	0	0	1	0
	简单符号运算	3	2	1	3	2	1
	复杂符号运算	1	1	3	1	1	1
推理	无推理	0	1	0	2	2	0
	简单推理	2	2	3	1	1	3
	复杂推理	2	1	1	1	1	1
知识含量	单个知识点	1	2	2	2	3	2
	两个知识点	2	1	1	1	1	1
	两个以上知识点	1	1	1	1	0	1

通过上面的统计数据,同样可绘制每个因素的等级水平折线图,并据此分析其变化趋势.用式(1)对填空题的难度值进行加权计算,计算出2011—2016年填空题的各个因素平均难度值,然后计算出2011—2016年填空题的整体难度,结果如下表:

表4 2011—2016年填空题的整体难度

填空题	2011年	2012年	2013年	2014年	2015年	2016年
$D(\%)$	194.88	177.10	187.21	176.17	154.37	179.58

由此得到如下的折线统计图:

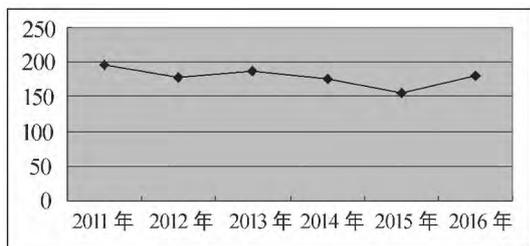


图2-1 六年填空题整体难度折线图

可以从该折线统计图看出,就填空题而言,综合难度呈现出下降趋势,但下降并不明显,变化不大,基本保持一种稳定状态;今年填空题的难度较去年有所上升.

3.3 解答题

与选择题和填空题一样,将解答题按探究、背景、运算、推理和知识含量的等级水平进行统计,如表5.

表5 2011—2016年高考数学全国卷(二)解答题考查水平统计

因素	等级水平	年份 / 题量					
		2011	2012	2013	2014	2015	2016
探究	识记	0	0	0	0	0	0
	理解	2	2	2	2	2	2
	探究	4	4	3	3	3	3
背景	无实际背景	4	5	4	4	4	4
	个人生活	2	1	1	1	1	1
	公共常识	0	0	0	0	0	0
	科学情境	0	0	0	0	0	0
运算	无运算	0	0	0	0	0	0
	数值运算	0	0	1	0	0	0
	简单符号运算	1	1	0	0	0	1
	复杂符号运算	5	5	4	5	5	4
推理	无推理	0	0	0	0	0	0
	简单推理	2	1	1	1	2	1
	复杂推理	4	5	4	4	3	4
知识含量	单个知识点	0	0	0	0	0	0
	两个知识点	3	1	0	2	0	1
	两个以上知识点	3	5	5	3	5	4



同填空题,可计算出2011—2016年解答题的各个因素平均难度值及解答题的整体难度,其整体难度如下表:

表6 2011—2016年解答题的整体难度

解答题	2011年	2012年	2013年	2014年	2015年	2016年
D(%)	244.52	261.22	268.08	248.07	268.01	258.08

由此得到如下的折线统计图:

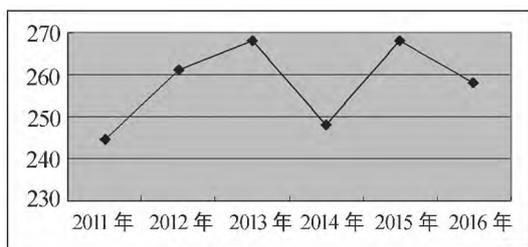


图3-1 六年解答题整体难度折线图

该折线统计图表明,就解答题而言,依然是综合难度最高的题型,2011年综合难度最小,2014年出现了难度突然降低的情况,今年较去年来看,难度有所下降。

4 结论与启示

本文对2011年到2016年的高考数学全国卷(二)试题分选择题、填空题、解答题作出了统计分析,可析出如下一些变化。

(1) 高考数学试题中的选择题难度呈现出较稳定的难度趋势。从探究因素看,重在考查学生的理解能力;从背景因素看,基本上为“纯粹”数学题,但课改后,背景题目逐渐出现,成增长趋势;从运算因素看,对学生的运算要求较低,一般都是数值运算;从推理因素看,大部分题目涉及简单推理,保持在8道左右;从知识含量来看,选择题一般考查一到两个知识点。从综合难度值看,基本在1.85附近浮动,2013年最低,然后又逐渐升高;可以看出实施新课标高考的第一年选择题难度最低,然后又开始逐渐增加并趋于稳定。

(2) 高考数学试题中填空题的考查水平总体保持较稳定的状态。从探究因素看,考查理解层次的题目较多;从背景因素看,前五年题目无背景,2016年出现了一道以个人生活为背景的题目,预计其后要增加;从运算因素看,以简单符号运算和复杂符号运算居多,相对于选择题,填空题的运算要求相对高一

些;从推理因素看,填空题的难度并没有呈现出明显的趋势,各个层次的题目随机出现,但复杂推理的题目每年都有一道;从知识含量来看,对知识点的考查比较稳定。从综合难度值来看,基本在1.8附近浮动,综合难度值整体呈现出稳定趋势。

(3) 综合题仍是难度最大的题型,呈现出先上升后下降再上升再下降的趋势。解答题在探究因素上呈现出很稳定的趋势,理解层次的均为2道,其余都是探究层次的题目;从背景因素看,解答题每年都有一道生活类题目,其余均无实际背景;从运算因素看,几乎都是要求复杂符号运算,个别题目要求简单符号运算,可以说解答题对学生运算水平要求较高;从推理因素看,要求复杂推理的居多,简单推理的较少,总体呈现出要求降低的趋势;从知识含量看,解答题均考查两个及两个以上知识点,知识点交叉多、难度大。从综合难度值来看,基本在2.5附近浮动,综合难度值比选择题、填空题高出许多。

本文通过对2011年—2016年高考数学全国卷(二)进行分析,得出了高考数学全国卷(二)试题的整体变化特点,但仍需进一步地研究和探讨,为高中数学教与学的发展做出贡献。从上面三类试题的难度情况看,基本上稳定变化,因此在教学中,教师们要针对不同类型试题特点进行研究,从中挖掘试题中所蕴藏的数学精神、思想和方法,基于教材、学情分析数学问题的探究、背景、运算、推理和知识含量等因素,提升学生分析问题和解决问题的能力。同时在客观分析试题的综合难度时还要重视对学生答题时的得分率分析,采用主客观相结合的方法剖析试题的教育教学价值,使之更好地服务于学生的数学进步。当然创新教学方法,在将教学的数学问题置于难度分析的视野下时,因材施教,有梯度地整合数学问题所涉及的难度要素,分层次教学,让每个学生在学的过程中感觉到学习的快乐与力量,全面提升数学教学质量。

参考文献

[1] 鲍建生. 中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J]. 全球教育展望, 2002(09): 48-52.
 [2] 张炳江. 层次分析法及其应用案例[M]. 北京: 电子工业出版社, 2014.