

美国 AP 数学课程比较与分析

贾晓华

(西北师范大学教育学院,甘肃 兰州 730070)

摘要:本文在介绍美国AP数学课程的基础上结合中国《普通高中数学课程标准(实验)》从课程内容和目标方面进行比较分析,发现美国AP课程与中国高中数学课程在内容方面比较相似,然而美国AP微积分课程更侧重微积分知识体系的完整性而中国高中数学课程更侧重微积分的实际应用,美国AP统计学课程更强调学生对统计学概念和基本思想的理解而中国高中数学课程更强调学生对统计概念的理解和计算。

关键词:美国AP数学 课程比较 微积分 统计学

创建于1900年的美国大学入学委员会(College Board)是一个非盈利的协会,它的目的是帮助学生在大学获得成功和机会。21世纪初,在帮助学生顺利过渡到高等教育方面,这一组织是全美公认的业界领袖。目前该协会由超过五千四百所学校、学院、大学和其他教育机构组成,有大学入学指导、评价、经济援助、注册和教学等主要的项目和服务,其中知名的项目有学术评估测试(SAT[®]),初步学术评估测试/国家奖学金申请资格测(PSAT/NMSQT[®]),大学预修课程项目(the Advanced Placement Program[®](AP[®]))。始于1955年的AP课程即在高中阶段开设具有大学水平的课程以供学有余力的学生在高中阶段就能学习大学课程,截至2014年,共开设37门课程,其中数学课程有三门,分别是AP微积分AB、AP微积分BC和AP统计学。因为越来越多想要留学海外的中国高中生选择在高中阶段参加AP考试,所以从2009年开始中国境内开始开设AP考试的考点,截至2014年中国考生可以选择的AP课程有23门^[1],很多AP学校根据自身情况选择性地开设一部分中国考生可以选择的AP课程,其中三门AP数学课程是中国AP学校开设最多的课程,也是中国学生最有可能满分的课程。

本文将从内容和目标等方面比较详细地介绍美国AP微积分课程和美国AP统计学课程,并结合中国《普通高中数学课程标准(实验)》^[2]进行比较分析,以期对美国AP数学课程有比较全面的了解。

一、美国AP微积分课程比较与分析

(一)美国AP微积分课程概况

美国AP微积分课程分为两门课,AP微积分AB和AP微积分BC课程,其中AP微积分BC课程除了包括AP微积分AB课程的所有内容外,还增加了一些新的内容。

这两门课都要求学生在选修之前必须完成以读大学为目的设计的高中数学课程,他们应该学过以下内容:代数、几何、三角、解析几何和初等函数。尤其重要的是,在学习微积分课程之前,学生必须熟悉函数的性质、函数的代数表达式和函数的图像,必须理解函数语言,知道特殊角($0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$)及其倍角的三角函数值^[3]。

(二)美国AP微积分课程的总目标

1.掌握函数的多种表示方式:图像、数值、解析式和口头

表示,理解这些表达方式之间的联系;2.理解导数的含义是变化的速率和线性近似,运用导数解决问题;3.将定积分理解为黎曼和的极限,变化的静积累,运用定积分解决问题;4.理解微积分基本定理将导数和定积分联系在一起;5.用口头方式和书面方式进行数学交流和解释问题答案;6.运用函数、微分方程和积分给已知的实际问题建模;7.运用图形计算器解决问题、实验、解释结果和支持结论;8.确定合理的答案,包括符号、大小、相对精度和计量单位;9.将微积分看做是一个整体,人类的成就^[3]。

(三)课程主要内容比较与分析

通过对美国AP数学课程与中国高中数学课程主要内容的比较与分析,得出以下结果:

1.函数、图像和极限部分

美国AP微积分课程的第一部分是函数、图像和极限部分,具体内容如下:

(1)图像分析:在教育技术的辅助之下很容易绘制函数图像。当使用微积分预测和解释观察到的局部和整体趋势的函数时,强调几何和分析信息之间的相互影响;(2)函数的极限(包括单侧极限):直观地理解求极限的过程,用代数方法计算极限;依据图像和数据表估计极限;(3)渐近性和无界性:根据图像的变化趋势理解渐近性,根据与无限性有关的极限描述渐近趋势,比较函数的相对大小和变化的速率(例如幂增长、多项式增长和对数增长);(4)作为函数性质的连续性:直观的理解连续性,当自变量的取值足够接近时,函数值可以想多接近就能多接近,从极限的角度理解连续性,从几何的角度理解连续函数图像(中值定理和极值定理);(5)参数、极坐标和向量函数:分析平面曲线,包括用已知的参数、极坐标和向量形式表示的平面曲线^[4]。

在中国高中数学课程标准中并没有函数的极限和连续性等内容,究其原因,美国AP微积分课程是按照微积分学科体系的基本线索:极限理论——连续理论——导数与微分——积分理论——微积分基本定理展开的,所以第一部分是函数的极限和连续性引导出导数的概念。全日制高中数学课程标准是直接通过实际背景和具体实例——速度、膨胀率、效率、增长率等反映导数思想和本质的实例,引导学生

些转变,为使用新教材创造条件。

3.2加强师资培训

教师是新课程实施的主体,教师对新课程的理解与参与是推动新课程的前提^[3]。在新课程改革中,必须加大师资培训力度,特别是对新教材的培训。在培训中,应指导教师真正领会课程标准的精神和新教材的编写意图,让教师转变教学思想,转变陈旧的教学观念,积极接受新课程理念。

3.3开发校本课程,弥补新教材的不足

由于新教材内容在民族特色方面相当匮乏,建议生物老师积极开发校本教材以弥补新教材的不足。校本教材既要符合新课标的要求,又要凸显少数民族地区的特色,充分挖掘本

地区丰富而现实的课程资源尤为重要。

参考文献:

[1]黎国兰,李松.西部地区化学教师对新课标教材适应性研究[J].科技创新导报,2010,30:177.

[2]陈拥.正确使用好《生物》新教材[J].生物学教学,1998,10:5-6.

[3]周祖云,胡明进.小学数学新课程在重庆地区的适应性调查研究[J].重庆文理学院学报,2010,8:101-105.

基金项目:贵州省教育厅基础教育研究项目(2012B292)。

经历由平均变化率到瞬时变化率的过程,并通过提出恰当的问题使学生感受学习瞬时变化率的必要性。然后,在对实际背景问题研究的基础上,抽象概括导数的概念。

2. 导数

美国AP微积分课程的第二部分是导数部分,具体内容如下:

(1)导数的概念:用图像、数值和解析式所表示的导数;导数可以解释为变化的瞬时速率;导数可以定义为差商的极限;可微性和连续性的关系。(2)一点处的导数:曲线上一点的斜率。需要强调的是这一点包括过这点可做曲线的切线,也包括经过这点不可做曲线的切线;过一点的曲线的切线和局部线性逼近;变化的瞬时速率是变化的平均速率的极限;从图像和数值表中得到变化的近似速率。(3)作为一个函数的导数:对应的 f 和 f' 图像的特点;函数 f 的增减趋势与 f' 符号之间的关系;中值定理及其几何表示;导数方程。将文字描述转化成导数方程,反之亦然。(4)二阶导数:对应的 f 、 f' 和 f'' 图像的特点;函数 f 的凹凸性与 f'' 符号之间的关系;拐点反映的是凹凸性的变化。(5)导数的应用:曲线分析,包括单调性和凹凸性;极值优化方法,包括绝对极值(总极值)和相对极值(分极值);变化率模型,包括相关的速率问题;在多样化的应用环境中导数可以解释为变化率,包括速度、速率和加速度;通过斜率场和曲线的微分方程的解之间的关系理解微分方程的几何解释;分析已知的用参数、极坐标和向量形式表示的平面曲线,包括速度和加速度。(6)导数的运算:基本函数的导数,包括幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数的导数;导数的四则运算法则,函数和、积和商的导数;链式法则(求复合函数的导数),隐函数的微分;参数函数、极坐标函数和向量函数的导数^[4]。

比较与分析:导数部分最主要的内容是相似的,都包括导数的概念、导数的运算和导数的应用。只是美国AP微积分课程还包括二阶导数、求参数、极坐标和向量表示函数的导数等内容。

3. 积分

美国AP微积分课程的第三部分是积分部分,具体内容如下:

(1)定积分的概念和性质:定积分定义为黎曼和的极限;在某段时间内定积分值的变化率解释为这段时间定积分值的变化;定积分的基本性质,包括可加性和线性。(2)积分的应用,积分应用很广泛,物理、生物或经济领域都在应用恰当的定积分建模。尽管一门课里可能只有一个应用积分的案例,但学生应该运用所学知识解决其他相似的应用问题。无论选择哪种建模方法,都要建立近似的黎曼和并将定积分表示为它的极限。(3)为了提供一个共同的基础,定积分具体的应用问题包括求区域的面积(包括由极坐标曲线围成的区域)、已知截面的物体的体积、函数的平均值、一个点沿直线运动的距离、曲线的长度(包括参数形式给出的曲线)由变化的速率引起的累积变化。(4)微积分基本定理:运用微积分基本定理评价定积分的定义;运用微积分基本定理表示一个特定的不定积分,并运用函数解析法和图像分析法确定。(5)积分法,不定积分源自基本函数的导数;不定积分换元法;用变量(包括定积分变化的极限)代换法、分部法,简单的分部分式积分法换元;广义积分(作为定积分的极限)。(6)积分的应用:根据初始条件求积分,包括沿直线运动的运动学问题;解可分离型微分方程,并使用它们建模(包括研究方程 $y=KY$ 和指数增长);解逻辑微分方程并运用它建模。(7)定积分的数值计算,将用代数、图像和数据表法表示的函数利用黎曼和法(运用左端点法、右端点法、中点法)和梯形法定义定积分。运用欧拉公式求微分方程的数值解;罗比达法则,包括运用罗比达法则求极限,确定不定积分和级数的收敛^[4]。比较与分析:中国高中数学课程标准对于定积分的概念和微积分基本定理只是简单的了解,而美国AP微积分课程比较全面,包括积分的主要内容。

4. 级数

美国AP微积分课程的第四部分是级数部分,具体内容如下:级数的概念。级数定义为部分和的一个序列,收敛定义为部分和序列的极限;连续级数;引人入胜的例子,包括十进制展开、几何级数的应用;调和级数;有误差限的交错级数;级数

就是矩形的面积及它们与广义积分之间的关系,包括积分判别法,以及使用这一方法判别 p 级数的收敛性;判定级数收敛或者发散的比率判别法;比较级数以判别敛散性;泰勒级数;以图像为例说明泰勒多项式的收敛性,例如观察正弦函数的不同泰勒多项式的图像,图像逼近正弦曲线;麦克劳林级数和一般的泰勒级数的中心在 $x=a$;麦克劳林级数;泰勒级数的正式算法和简便说法,包括换元、微分、积分和从已知级数构造新的级数;由幂级数确定的函数;+幂级数的半径和收敛区间;泰勒多项式的拉格朗日误差限^[4]。

比较与分析:美国AP数学课程包括级数的相关内容,而全日制高中数学课程标准中却不涉及这部分内容。

二、美国AP统计课程比较与分析

(一)美国AP统计课程概况

美国AP统计课程从1996年正式开考,一般来说面向高中第三年(11年级)、第四年(12年级)学生,允许没有学过AP微积分课程的学生可以选修AP统计学课程。课程总目标是给学生介绍收集数据、分析数据和基于数据得出结论方面的主要概念和工具^[5]。课程主要内容和目标是:

1. 探究数据

美国AP统计学课程的第一部分是探究数据部分,具体内容和目标如下:

具体内容:构造和解释单变量数据分布的图像,总结和比较单变量数据分布,探究二元和分类数据。

课程目标:利用了图形和数字技术研究模式和偏离模式对数据进行探究性分析;在研究数据分布时,学生应该发现重要的特征,如形状、位置、多变性和不寻常的数值;通过仔细观察数据中的模式,学生可以生成有关变量之间关系的猜测;一个变量如何与另一个变量相关联的想法几乎渗透所有的统计领域,从简单的比例的比较到线性回归;相关和因果关系的区别定会伴随这个概念发展^[6]。

比较与分析:内容都包括探究两个变量之间的关系,包括相关性和因果关系,建立线性回归方程。美国AP统计学课程还包括描述统计的内容,比如发现数据的特征,中国高中数学课程通过对用样本估计总体内容的学习使学生理解平均数、标准差的意义,能从样本数据中提取基本的数字特征(如平均数、标准差),并作出合理的解释。美国AP统计学课程更强调对概念理解与解释,中国数学课程标准更关注具体数学计算。

2. 抽样和实验

美国AP统计学课程的第一部分是抽样和实验部分,具体内容和目标如下:

具体内容:采用合适的的数据收集方法计划、实施调查和实验;能从可观察的研究、实验和调查得出普遍性的结果和结论。

具体目标:如果要获得有效信息就必须依据一个精心设计的计划收集数据。如果所收集的数据是有趣问题的答案,那么必须做出详细的计划。适当分析的类型及从这个分析中得出的结论的性质都依赖于数据收集的方式。数据收集方式必需而合理,应该通过取样或者实验的方式收集数据,这是数据分析过程的重要步骤^[6]。

比较与分析:都强调提出统计问题,用科学的抽样方法从总体中抽取样本,然后通过试验、查阅资料、设计调查问卷等方法收集数据的过程。美国AP统计学课程强调学生对这一研究过程的理解,中国高中数学课程强调学生对具体抽样方法(如简单随机抽样、分层抽样和系统抽样方法)的掌握和应用。

3. 预测模式

美国AP统计学课程的第三部分是预测模式部分,具体内容和目标如下:

具体内容:独立随机变量的组合、正态分布和抽样分布。

具体目标:概率是根据已知的模型预测数据分布情况的工具。随机现象并非偶然,长远看,随机现象会表现出规律并用分布表示。统计的中心是对变化的数学表达。统计推断需要概率不是为了公理化或者联合,而是为了使用概率分布描述数据^[6]。

比较与分析:美国AP统计学课程强调学生理解概率的概念,能够用概率描述数据,中国高中数学课程强调学生对概率

浅解诗歌礼乐道德

姜国平¹ 刘彩虹²

(1内蒙古民族大学 音乐学院, 内蒙古 通辽 028000; 2辽宁民族师范高等专科学校, 辽宁 沈阳 110032)

摘要: 孔子倡导“兴于诗, 立于礼, 成于乐”, “据于德, 依于仁, 游于乐”的教育理念, 礼乐育人“一以贯之”。诗与歌本属同源, 诗的语言节奏、韵律本身就具备音乐特质。在诗歌读、诵、吟、歌、唱的过程中品读其特有之味和韵律之美, 了解其中的真善美慧, 引导学生辨别“德音雅乐”, 走出“糟粕时乐”的误区, 培养学生的创作意识和独立创作能力, 以及作为中华儿女的自豪感。

关键词: 诗歌 礼乐道德 孔子思想

一、从诗韵中感知音韵之美

诗是一种文学体裁, 除了能表达文字的意义外, 更能表达出情与境的美感。《毛诗——大序》载: “诗者, 志之所在也, 在心为志, 发言为诗。”《尚书·虞书》也有记载言: “诗言志, 歌咏言, 声依咏, 律和声。”由此可知, 诗与歌本属同源, 诗的语言节奏、韵律本身就具备音乐特质。尤其古诗词中的平仄四声其奥妙无穷的抑扬平道之中国味道, 更体现了诗与歌间形近神连的必然联系。诗若是语言艺术之魂, 那么歌便是其灵的具体体现与升华。就其中特有格律、韵味及表达的思想情境, 仅仅停留在读诵表达上是远远不能尽其本意的。诵读未尽兴时, 人们便吟之、歌之、唱之, 最后升华到舞之、蹈之, 以尽其意。从中体味其思想与深刻的内涵。一首好诗必定是一首好歌的素材。如教学中, 我给学生介绍了我国最早的一总诗歌总集《诗经》, 这是孔子从三千多首诗中提炼出来的三百余首精品, 分为“风、雅、颂”三个部分。每一首诗, 孔子不仅能诵、能吟, 而且能抚琴而歌。从《诗经》到汉魏六朝的《乐府》, 唐宋诗词元曲, 乃至现代诗, 历经上下五千年, 自然形成了中华文化的一条命脉, 其精神早已渗入中华儿女的骨髓血液之中, 凝结成了中华儿女们的骨格, 并升华为为了魂魄延传承载, 尤其经典的古代诗词, 中国人应人人能诵、能解, 为祖先留下的这些文化瑰宝沾沾自喜。然而, 由于历史变迁, 诵与唱已经完全分解, 各成一

体, 吟与歌基本搁浅。因此, 传承中华文明, 学习礼乐诗歌, 拾回先辈们遗留, 已势在必行。为了让学生认识中华民族的瑰宝, 传承中国特有的诗歌艺术, 首先要做的是让学生认识诗歌、了解诗歌、喜爱诗歌, 并传唱诗歌。具体教学方法: 从欣赏诗歌入手, 渐渐提升至读、诵、吟, 最后从歌至唱的艺术层次。在教学欣赏过程中, 从大型纪录片主题曲《大岭秦》入手, 通过这首合唱曲, 了解唐代诸位诗人的优秀作品。这首合唱曲共十句歌词, 选自七位唐代诗人作品, 用以歌颂“大岭秦”之秀美壮观, 充分展现中华山川为中华大地脊梁之魂魄。在欣赏杜牧《清明》的教学过程中, 教学生用平仄四声音节读、诵歌词, 再层层深入, 学吟诵技巧, 继而在吟的基础上学习歌的技能, 最后学习如何唱这首脍炙人口的诗文。举一反三, 继而以王维的《阳关三叠》和《诗经》中的《蒹葭》入手练习巩固。在欣赏、品读、体验、感悟、创作过程中涵养心性, 感知中华文化的博大精深, 意味悠长之美, 在诗歌读、诵、吟、歌、唱的过程中, 品读诗歌特有之味和韵律之美, 通过技巧学习, 培养学生的创作意识和独立创作能力, 以及作为中华儿女的自豪感与自信心, 从而认识中华民族的伟大与强盛, 增强学生的爱国热情和爱我中华民族之心。

二、在诗与歌中体味礼乐道德

《礼记》云: “乐由天做, 礼以地制”, “乐者, 天地之和也, 礼者, 天地之序也。和, 故百物皆化, 序, 固群物皆别”。早在两千

及其相关概念(如条件概率, 互斥事件, 独立事件)的理解, 理解古典概型及其计算方法, 理解取有限值的离散型随机变量及其分布列, 均值、方差的概念, 计算简单离散型随机变量的均值、方差, 通过实际问题认识正态分布曲线的特点及曲线所表示的意义。

4. 统计推断

美国AP统计学课程的第四部分是统计推断部分, 具体内容和目标如下:

具体内容: 参数估计与假设检验, 显著性检验。

具体目标: 使用统计推断确定合适模型的选择。在统计工作中模型和数据互相影响; 模型用来从数据中得到结论, 而数据被允许通过推断和诊断法批评甚至证伪模型。数据推断可以认为是选择一个合适模型的过程, 包括概率语言的陈述, 一个人对于选择可以有多大的信心^[6]。

比较与分析: 美国AP统计学课程统计推断部分包括参数估计、假设检验和显著性检验, 中国高中数学课程包括独立性检验, 假设检验, 聚类分析和回归分析, 其中美国AP统计学课程强调学生理解数据和模型之间的辩证关系, 中国高中数学课程强调学生了解这些具体方法的基本思想及其应用。

总之, 美国AP微积分课程与中国高中数学课程在内容方面只有导数和积分的一部分内容是相似的, 但是整体内容的编排方面有不同的侧重点, 美国AP微积分课程更侧重微积分知识体系的完整性, 而中国高中数学课程更侧重微积分的实际应用。美国AP统计学课程与中国高中数学课程在内容方面相似处很多, 但是课程目标的侧重点不尽相同, 美国AP统计学

课程更强调学生对统计学概念和基本思想的理解, 而中国高中数学课程更强调学生对统计概念的理解和计算。

参考文献:

- [1] College Board. AP in China [EB/OL]. <http://www.cajcd.edu.cn/pub/wml.txt/980810-2.html>, 2014-08-16.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验), 人民教育出版社, 2010.
- [3] College Board. AP Calculus AB Course Overview [EB/OL]. <http://media.collegeboard.com/digitalServices/pdf/ap/ap-course-overviews/ap-calculus-ab-course-overview.pdf>, 2014-08-14.
- [4] College Board. AP Calculus AB Course Description [EB/OL]. <http://media.collegeboard.com/digitalServices/pdf/ap/ap-calculus-course-description.pdf>, 2014-08-14.
- [5] College Board. AP Calculus BC Course Overview [EB/OL]. <http://media.collegeboard.com/digitalServices/pdf/ap/ap-course-overviews/ap-calculus-bc-course-overview.pdf>, 2014-08-15.
- [6] College Board. AP Calculus BC Course Description [EB/OL]. <http://media.collegeboard.com/digitalServices/pdf/ap/ap-calculus-course-description.pdf>, 2014-08-15.
- [7] College Board. AP Statistics Course Overview [EB/OL]. <http://media.collegeboard.com/digitalServices/pdf/ap/ap-course-overviews/ap-statistics-course-overview.pdf>, 2014-08-20.
- [8] College Board. AP Statistics Course Description [EB/OL]. <http://media.collegeboard.com/digitalServices/pdf/ap/ap-statistics-course-description.pdf>, 2014-08-20.