

数学史价值新探

张定强

(西北师范大学 教育学院, 甘肃 兰州 730070)

数学史是人们对创造的数学体系进行有意识、有选择的理性分析、思考、总结、提炼的过程,是对数学知识、思想、方法、经验梳理的结晶,是人类文明史的重要组成部分,在人类发展和科技发展史中具有极其重要的价值.研究数学史的重要目的是探寻数学发展规律,拓展数学发展领域,启迪数学教育进程.学习数学史,重要的就是要求从中析理出其蕴藏的数学教育价值,透过数学史的视角可以让我们了解历史,复原历史,把握历史^[1],进而去有效的传播数学、创造数学、发展数学.

1 数学史不仅仅是数学的历史:古为今用

数学史不仅仅是对数学历史的追忆与反思、梳理与提炼,更是人们对数学是如何影响人类发展的进程,如何影响人类社会的进步的追问与解读.学习数学史的目的就是了解、复原、把握数学的历史,就是了解人类是如何在解读自然现象与人类社会的发展过程中发明数学、创造数学并运用数学的,特别是如何运用数学的工具来解决现实问题、在解决问题的过程中又是如何拓展数学的.学习数学史即可以吸取数学发展进程中的一些经验和教训,帮助人们少走弯路.已往的一些经验与教训,成功与失败,都可以警示后人,也可以激励后人.特别是通过生动、丰富的事例,以及数学发展过程中若干重要事件、重要人物与重要成果的发掘,不仅启迪人们深刻理解数学的关键点,体会数学对人类文明发展的作用,还可以提高学习数学的兴趣,感受数学家的严谨态度和锲而不舍的探索精神.

从数学的起源、早期发展到近现代数学

发展的脉络梳理,可以展现人类创造数学知识的过程,领会数学累积性、自由性、精确性的特点.^[2]数学发展的历程是相伴于人类的进化历程,泰勒斯(前625—前547)作为西方哲学第一人,论证几何学的鼻祖,^[2]开创了从经验数学向论证数学过渡的先河,使人们不再完全依赖于直观、实验,进入到逻辑推理的阶段,进而促使人们思索世界的本源问题:得出水是万物的本源,这种观点是极富历史意义和远见卓识的.反观现实,能源危机、人口爆炸、环境污染都与水有关,这也是当今世界面临的重大课题.特别是他发明证明的方法,使数学上升到一个纯粹的地步,成为持久解决问题通用而又有效的工具.

毕氏学派的创始人毕达哥拉斯(前580—前500)曾到埃及、巴比伦留过学,回国后办学,在家乡萨摩斯岛没有办成功,后在意大利办学,终身从事教学和研究工作,创建了可能是有史以来的第一个学术团体.主要贡献是发现并证明了勾股定理.其坚持的哲学信念是万物皆数,认为世界的本质是数,使数学进入理性思维的新天地.人们用抽象的有理数就可以刻画万事万物的差异,然而过份的教条化,就有可能束缚了人们思想的自由.正是人们在享受数学带来方便的同时,也在执着探索,其信徒希帕斯就是代表之一,他创造性的发现了无理数,这种发现也使数学在历史上出现了第一次危机,他本人也成为科学献身的第一人,但他的发现本身所具有的教育意义却更加深远,突破了教条思想的束缚,拓宽了人们认识的疆域.古希腊数学作为论

证数学的发端,开创了证明的先河.我们今天仍然享受着推理论证带给我们的力量,在了解泰勒斯定理的证明过程、理解毕达哥拉斯证明勾股定理的原理、辨析不可公度问题、分享雅典时期各种学派的学术观点和三大作图问题、体会希腊人早期对无限性探索的历程、赞叹阿基米德的数学成就、透视欧几里德在《几何原本》中公理化思想、感叹亚历山大后期和希腊数学的衰落的时候,才能更有力地去体会证明的基本思想,掌握公理化思想的核心内核.才能对近代科学、现行社会、政治、经济、文化等方面的基本运作原理也有一个深远的理解,透过实地调查、语言行为分析这种探寻数学历史的方法,就会发现数学史上这些杰出的思想、方法、理论在当今世界的发展中亦熠熠发光,使远古的数学仍然绽放着光芒,也启示人们如何采用更加宽广而又理智的心态去对待数学中的创造与发明.

在数学发展史上,起永恒作用的是数学不巧的精神、思想和方法.其中公理化思想的确具有里程碑的意义,它的核心思想是从少数不加定义的原始概念和一组不证自明的命题出发,利用逻辑推理规则,把数学建立成一门演绎系统的科学.那么公理从哪儿来的?它不是从演绎推出来的,也不是从经验中直接归纳出来的,而是在经验的基础上通过直觉想象出来的.虽然公理不是知识的发源地,但它是加工整理知识的逻辑起点.这种思想影响了牛顿,使其得出了著名的三大定理和万有引力定理,并从中出发建立了他的力学体系;也影响了唯理主义者斯宾诺莎(17世纪),他的名著《伦理学》就是仿效原本把人的思想、情感和欲望当作几何学中的点、线、面来思索;同时在马尔萨斯1789年的《人口论》中他把“人需要食品、人需要繁衍后代”作为出发点,建立了他的人口增长和食品供求增长的数学模型理论,简明而有说服力.公理化的思想还推广政治学,美国的独立宣言是一个著名的例子,它是为了证明反英帝国的合

理性而撰写的,是由美国的第三任总统杰斐逊(1743—1826)起草的,认为所有的人生来都是平等的,任何一届政府如果不满足这个先决条件民众有权更换.在著名的物理学家爱因斯坦的相对论中也有公理有两条:相对性原理、光速不变原理也是深受公理化思想影响的结晶,^[9]种种科学的发现、社会的进步都可以显见数学的一些核心思想对正确理解人类社会和自然社会所发挥着巨大作用.

2 数学史不仅仅是考察数学:走出庐山

数学史不仅仅是考察数学的过去,展望数学的未来,而且拓展人们的思维,丰富人们的认识疆域,同时也不断开拓数学发展的新路径.如金融数学、生物数学、生态数学等,看似走出了数学,其实进入到了更大的数学文化圈,在这种文化圈内,使得数学渗透、辐射到人类生活的方方面面.这种走出庐山境界的态势,可以帮助人们体会数学创造与应用过程,培养创造性思维能力.因此,学习数学史可以使学生不再仅仅囿于数学的束缚,可以站得更高,寻求数学更大的着力点.在数学史上,拓展研究思路的事例很多,如刘徽的割圆术经过两百多年后,祖冲之和他的儿子祖暅继承了刘徽的思路,即从计算“牟合方盖”体积来突破,他们把眼光转向立方体切除“牟合方盖”之后的那部分的体积,取得了成功,这相当于西方所谓的卡瓦列利原理.体现了不同时空下不同文化的人对同一问题求体积的关注和解决,所表现的智慧、考虑问题的方法和创造性的思维不同,还有像牛顿和莱布尼兹等人发明微积分的过程、欧拉解决哥尼斯堡七桥问题的思路等,都是数学家突破原有数学思维空间的表现.这种跨跃式的思维如果活生生地展现在学生面前,将使学生对数学的认知及功能价值有新的思考,从某种程度上改变那种从案例、概念、公式、定理、例题、习题等程式.

数学史中告知我们的不仅仅是数学,更重要的是阐述数学的应用与发展价值,数学

在人类生活的方方面面所起的不可忽视的巨大力量,如数学对人类文化艺术生活的影响可以说遍及绘画、音乐、建筑和文学众多方面,像绘画,达·芬其创造的透视法正是数学在绘画艺术中的应用,从中世纪到文艺复兴中间绘画艺术的变革,可以说是自觉应用数学的过程.除了透视,还有对称、黄金分割、分形曲线等等数学概念,也都是绘画与建筑等艺术中美的源泉.尤其是对称,作为美的艺术标准,可以说是超越时代和地域的.从中国古代敦煌壁画到荷兰现代画家埃歇尔的作品,从中国的天坛到印度的泰吉陵,都是完美的对称的杰作.其实数学上刻画对称的工具就是代数中的群,群论是现代数学的重要分支.分形曲线即自相似曲线,其最简单的模型是所谓的雪花曲线,它可以从一个正三角形各边出发进行无限次的三等分迭代而得出,通过计算机就可以得到这种复杂的分形图形.分形几何是描述不规则现象的数学工具,而在计算机上产生出来的千变万化、美妙神奇的分形图案,正在给人们带来高度的现代艺术享受.

数学是人类博大浩瀚的文化宝库的一个组成部分,其发展是在人类整个文化的总背景下进行的,它影响各种文化领域的发展,同时也必然受着其它文化的影响.站在文化的视角审视数学可以知道,数学是人类历史上最古老的一种文化,数学作为一种文化所具有的特点,决定了其在整个人类文化中的特殊地位,了解这种特殊地位,对于学生全面认识数学,提高学习兴趣,明确学习方向,增强学习动力,具有非常重要的意义.

3 数学史不仅仅是史料的知识与内容:成长智慧

数学史能带给学生许多数学发展过程中的史料与知识,使学生全面掌握数学发展进程中的数学事件以及这些事件所产生的深远影响.中学数学课程中是以事件的形态将数学史的关键事件渗透到教科书的始末,既有

早期的算术与几何—计数与测量如纸草书中记录的数学、泥板书中记录的数学,也有中国《周髀算经》、勾股定理(赵爽的图)、十进位值制的发展.在义务教育阶段就把古希腊数学的历史贡献中最有名的毕达哥拉斯多边形数,勾股定理,不可公度问题;欧几里德与《几何原本》,第五公设问题,尺规作图,公理化思想等都进行了简要的文本呈现.同时运用巧妙的、优美的语言对近代科学产生深远影响的如阿基米德的工作:求积法,平面解析几何的产生—数与形的结合(函数与曲线;笛卡尔方法论的意义)到微积分的产生—划时代的成就都是具有重要时代背景与意义,在历史上产生了不可估量的影响,特别重要的是对推动数学发展的近代数学两巨星—欧拉与高斯的重要贡献及其重要的影响的介绍、几何作图三大难题的分享、近世代数的产生以及康托的集合论—对无限的思考以及人类思想史上最为引人的随机思想的发展、算法思想的历程这些数学史永远的丰碑进行具有教育性的阐述.为学生展现了一幅精彩的数学图景,是学生智慧成长的重要途径.

学生了解掌握这些知识是必要的,也是重要的,可使学生从中体验感受数学的统一、力量和美.首先,通过数学史的学习使学生认识到数学为人类提供极富价值的思维方式,这种数学的思维方式就是一种大智慧的体现.数学能够提供一种从量与质的辩证观点思维的武器.一个人不管将来从事何种职业,思维能力可以说是无形的财富,而这种能力的培养又不是一朝一夕之功,必须经过长时期的磨练.透过数学史,可以发现数学是如何训练思维.数学史显示的是数学进程史,这种过程中充满着艰难与痛苦,错误与正确、尝试与风险、欢乐与痛苦、失败与成功.数学在发展中遇到的障碍有助于解释今天的学生所遇到的困难.数学符号的演变过程—抽象性,数学严格性的演变过程—逻辑性;数学应用的普适过程—应用性都对学生智慧的形成产生

作用。许多概念、定理、方法、语言的演变与修正(隐含艰辛以及后面的智慧)可以使学生了解数学的复杂探索过程:猜测、归纳、类比、特殊、一般、证明、推理、观察、实验等。而教科书往往隐藏了斗争与冒险的过程,通过数学史的揭示为学生打开一门新的数学进程,如无理数的发现与计算、重大问题解决过程中的种种启示,牛顿微积分方法的精妙之处。同一种问题产生的不同解决问题的方法与思路,非欧几何中的紫罗兰现象,特别是关于圆面积的阿基米德与刘徽算法,都给学生以无穷无尽的启示。

数学从它萌芽之日起,就表现出与人类物质生产活动的紧密联系。数学往往会走在前头,然后再在生产中获得应用,即依靠数学内部矛盾的推动而发展起来的纯粹的、抽象的理论,最终会反过来推动社会生产的发展,在科学史上不乏这样的例子。1901 年英国数学家罗素曾提出过一个集合论的悖论,罗素为了让普通老百姓了解数学本身存在的矛盾,后来又把它改编成通俗的形式,即所谓“理发师悖论”:一个村庄里的理发师说:“我只给那些不给自己理发的人理发。”那么这个理发师该不该给自己理发呢?试试看,你会发现,从理发师的声明出发,无论怎样推论,得到的都是与假设相反的结论。众所周知,计算机已经成为当今社会最宏大的产业,同时对人们的生活方式产生着影响深远的冲击。数学影响社会生产和改变人类生活方式的价值。

数学是富有智慧的一门学问,需要我们以智慧来学,不断成长学生的智慧。数学对于人类精神文明的影响同样也很深刻。数学本身就是一种精神,一种探索精神,这种精神的两个要素,即对理性与完美的追求,千百年来对人们的世界观的革命性影响不容低估。数学由于其不可抗拒的逻辑说服力和无可争辩的计算精确性而往往成为思想解放的决定性武器。如我们熟知的故事海王星的发现就可

以说明这点。19 世纪,英国天文学家亚当斯和法国数学家勒维烈在研究天王星的运行轨迹时,认为天王星运动的不规则性是由于另一颗未知行星的引力而引起的,并根据引力法则和摄动理论,通过浩繁艰巨的数学计算,具体算出了这颗行星的运行轨道。勒维烈把这一计算结果通知了德国天文学家加勒,1846 年 9 月 23 日晚,加勒将望远镜对准了夜空,果然在与他们预报的位置只差一度之处找到了这颗行星,它就是后来被命名的海王星。

4 数学史不仅仅是概览数学发展:纵观未来

数学史不仅仅帮助学生概览数学世界,而且能够使全面深刻地理解人类发展史、进步史,而且可以帮助学生寻找到未来发展的着眼点。人类社会的进步与发展与数学息息相关,这种有用的工具正在以独特的方式渗透到人类生活的方方面面,起着不可估量的作用。

古为今用,在历史长河的碎片中总有许多人不断反思问题,数学史提供的史料可以加深我们对数学的理解,理解数学的发明就是理解未来,就是理解数学的本意、数学的文采、数学的意境、数学的品评、数学的演化、数学的感情、数学的训练。通过数学史这面窗户可以更好地使学生了解数学基本概念、原理、方法产生的现实背景与历史渊源,可以全面深刻地了解重要数学事件对数学的发展所产生的巨大影响,可以了解数学与其它学科的相互依存关系,可以帮助人们梳理数学的重要思想,可以给人以方法的启迪。正是由于这种原因,数学课程标准中强调要“通过生动、丰富的事例,了解数学发展过程中若干重要事件、重要人物与重要成果,初步了解数学产生与发展的过程,体会数学对人类文明发展的作用,提高学习数学的兴趣,加深对数学的理解,感受数学家的严谨态度和锲而不舍的探索精神”。

(下转第 22 页)

(因中国西部数学竞赛明年在我校举行,故我校单独组队)的 4 名同学在本次竞赛中均获得了银牌的好成绩.这几个同学可以在全班进行表扬,竞赛情况向全班介绍,激发学生的学习积极性,鼓励全班同学努力学习.

总之,合作学习是一种有效的教学模式,长期运用能够优化教学活动,体现了以人为本的教学理念,能够促进学生的全面发展,使学生形成正确的人生观和世界观,进一步激发弱势群体的学习热情,从而提高教学质量.

(上接第 5 页)

因此,从未来数学教育发展的角度上透视,数学史的学习也为教师提供一个教学向导,如何遵循发展的规律,采用适宜的教学手段、材料、方法去为学生数学潜力的挖掘去准备.从而科学的进行课程设计与教学行为,重构教学顺序和教学方法.透析数学史就能对数学给出一个整体框架,对数学有一个整体图景,能认识到各分支之间的相互关系;同时帮助师生对数学问题、概念、理论和方法的来龙去脉有一定认识,对引入它们的动机与产生的后果有所了解,并对他们在整个数学中的定位能够初步理解,预见数学的未来发展,进而在总结历史上的经验、教训,借鉴解决问题的各种途径、方向的同时,对数学发展趋势有一定的估计和预测.

实践经验证明,向学生介绍一些数学家的生平或者历史上数学进展中的曲折历程,以及在教学中提供一些历史上的真实“问题”,还可以激发学生的学习兴趣,促进专业课程教学.数学的发展并非平坦,数学史揭示了人类在数学思想方面的智力探险,成功路上的奋斗与毅力、曲折与艰辛,完全可以展现

参考文献

- [1] 伏奋强. 引导合作学习 培养学生创新能力[J]. 数学通报, 2000, (5).
- [2] 伏奋强. “合作学习”教学技能的认识与实践[J]. 数学教育学报, 2001, (5).
- [3] 王坦. 合作学习的理念与实践[M]. 北京: 中国人事出版社, 2002.
- [4] 伏奋强. 数学课堂教学中“主动、合作学习”模式的探究[J]. 现代教育改革与发展, 2011, (2).
- [5] 伏奋强. 小组课堂合作学习的瓶颈与对策[J]. 现代教育改革与发展, 2012, (2).

(收稿日期: 2012-09-20)

其人性化的一面,进而帮助学生全面了解数学的价值,了解人类心智的局限性.数学史可以使人们能够站在一个高的平台上,洞察数学及人类社会的演变,能够用战略的眼光来纵观未来,使之对社会未来、科技未来、人类未来的前程、目标、走向有一个准确的判断和把握.

数学史的学习的确可以帮助学生理解数学的本质,全面了解数学的价值与功能,而且也可以用来将数学的经验、数学的成果、数学的思想与方法播种到学生的心田,感染到教师的教学天地,使数学教育产生巨大的变革.

参考文献

- [1] 葛俭雄,周筱斌. 历史学是什么[M]. 北京: 北京大学出版社, 2002.
- [2] 李文林. 数学史概论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [3] 张顺燕. 数学的源与流[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [4] 邓明立,陈雪梅. 重视数学史在数学教育中的作用[J]. 数学通报, 2002, (12).

(收稿日期: 2012-09-25)