



# 基于理解视角分析“导数概念”的教材呈现\*

●西北师范大学教育学院 张定强 蔡娟娥

## 一、引言

从20世纪40年代起,概念理解就逐渐成为教育心理学的一个主要研究课题,“为理解而教”的口号也逐渐成为课堂教学的一个基本任务。<sup>[1]</sup>我国2003年颁布的《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称《课标》)中对导数概念部分的要求是从了解、知道、体会到理解导数的概念,<sup>[2]</sup>即导数概念教学的根本目的是理解导数概念,因此理解导数概念是导数知识体系的核心内容。

《课标》中对导数概念的要求是不讲极限概念,直接通过实际背景和具体应用实例——速度、膨胀率、效率、增长率等反映导数思想和本质的实例,引导学生经历由平均变化率到瞬时变化率的过程,理解导数的几何意义。<sup>[2]</sup>这样的设计必然引起人们对于“不提极限概念能否让学生理解导数概念”这一问题的关注,这一问题已有多篇文章进行过阐述,如“新课标中的微积分课程设计有利于促进学生自主探究、反思,关注学生对导数本质的理解”,<sup>[3]</sup>“这是降低理论要求的需要,是返璞归真,是‘恢复了牛顿对微积分的探讨过程’”,<sup>[4]</sup>“讲导数想避开极限是不可能的,与其若隐若现、马马虎虎,倒不如尊重学生的认知基础,把函数极限的知识提出来,置于第一节”<sup>[5]</sup>等。这些文章大多是从实际教学的角度论述的,很少从教材本身出发去分析这个问题。教材是以《课标》为基准编写的,它作为实现课程目标和实施课堂教学活动的重要载体,能否促进或引导学生理解导数的概念呢?基于此,本文以人教A版、人教B版、苏教版、北师大版四套教材为例,从理解的视角审视导数概念的教材呈现。

## 二、研究方法

本文采用文本分析法对于四版教材中的导数概念

内容进行比较分析。普通高中课程标准实验教科书选修1-1中“导数及其应用”为文史类选修内容,选修2-2中“导数及其应用”为理工类选修内容,本文选取普通高中课程标准实验教科书数学人教A版、B版、苏教版、北师大版选修2-2为样本研究导数概念的教材呈现。教材呈现就是教材本身显示或显露出的内容,从导数概念的教材嵌入模式、教材编排顺序和教材栏目设置三个维度对四版教材中导数概念的呈现进行理解视角审视。

## 三、理解视角的教材呈现分析

### 1. 理解视角的嵌入模式分析

嵌入是指把小物体卡紧在大物体的空隙里,这里的嵌入模式是指“导数概念”内容在选修2-2教材中的分布情况,即导数概念是如何嵌入到选修2-2的内容系统之中的。事实上四版教材都按课标要求建构了选修2-2的内容,人教A版、人教B版、苏教版在章节设置上差别不大,都是以“导数及其应用→推理与证明→数系的扩充与复数的引入”的顺序呈现,在“导数及其应用”一章中,呈现顺序为导数→导数的运算→导数的应用→定积分。北师大版教材与前三版教材在章节设置上的区别较大,把“推理与证明”一章内容置于导数内容之前,而把前三版教材中的“导数及其应用”一章拆分成二章呈现。如人教A版教材中“变化率与导数”是“导数及其应用”中的第一节内容,而在北师大版教材中却是第二章的内容。但是北师大版教材在具体内容的设置上与其余三版教材并没有很大的差别,导数的概念都是以“变化率”问题引入的,不同之处在于相同的知识点嵌入在不同的位置——“节”位置和“章”位置。(具体章节设置见表1)

\*本文系教育部教师工作司项目“创新教师培养模式”(项目编号:06-138-PY)的阶段性研究成果。

表1 导数概念相关内容设置表

选修2-2	人教A版	人教B版	苏教版	北师大版
导数内容设置	第一章 导数及其应用	第一章 导数及其应用	第1章 导数及其应用	第一章 推理与证明
	1.1 变化率与导数	1.1 导数	1.1 导数的概念	第二章 变化率与导数
	1.1.1 变化率问题	1.1.1 函数的平均变化率	1.1.1 平均变化率	§1 变化的快慢与变化率
	1.1.2 导数的概念	1.1.2 瞬时变化率与导数	1.1.2 瞬时变化率——导数	§2 导数的概念及其几何意义
	1.1.3 导数的几何意义	1.1.3 导数的几何意义	1.2 导数的运算	§3 计算导数
	1.2 导数的计算	1.2 导数的运算	1.3 导数在研究函数中的应用	§4 导数的四则运算法则
	1.3 导数在研究函数中的应用	1.3 导数的应用	1.4 导数在实际生活中的应用	§5 简单复合函数的求导法则
	1.4 生活中的优化问题举例	1.4 定积分与微积分基本定理	1.5 定积分	第三章 导数应用
	1.5 定积分的概念	第二章 推理与证明	第2章 推理与证明	第四章 定积分
	1.6 微积分基本定理	第三章 数系的扩充与复数的引入	第3章 数系的扩充与复数的引入	第五章 数系的扩充与复数的引入
	1.7 定积分的简单应用			
	第二章 推理与证明			
	第三章 数系的扩充与复数的引入			

人教A版、人教B版及苏教版都把与导数概念有关的所有的知识安置在同一章中,这就使得学生明确地意识到导数概念是微积分知识网络中的一部分内容,同时知识网络中的其他内容越多,越会使得学生易于建立新、旧知识之间的关联,从而将导数概念内容融入到学生自身的内部知识网络中,达到对导数概念的理解.北师大版教材将一章的内容拆分为三章,将原本处在“节”位置的内容提升到“章”的高度,会使得教师与学生在心理上更加重视导数概念的内容,但是这样的设计会让学生很容易忽视导数与微积分之间的关系,阻碍学生建构微积分的知识网络,对学生导数概念的理解不利.

### 2. 理解视角的编排顺序分析

编排顺序即知识点出现的先后顺序.由表1可知,四版教材“导数概念”之前设置的内容都是“变化率问题”,这种设置符合《课标》的要求.同时,四版教材在编排模式上很相似,都存在这样一种模式:问题提出→知识点呈现→例题引导→练习巩固→习题检测,但是每个版本中这一模式又各具特色.在人教A版、人教B版、北师大版教材中“导数概念”编排顺序都是:平均变化率→瞬时变化率→导数概念→导数的几何意义;而在苏教版教材中将导数几何意义置于曲线上一点处的切线部分.在人教A版教材中上述编排模式循环出现了两次,即平均变化率与瞬时变化率之间没有习题的缓冲,直接以瞬时速度

作为过渡,引出导数概念,且相对于其他三版教材,人教A版例题与习题数量最少;人教B版教材编排模式较为简单,三个知识点三个循环,三个知识点都设有大量的练习题起到巩固知识的作用,且习题数量最多,缓冲力度最强;苏教版教材的模式与人教B版类似,但多了一个知识点(瞬时速度),即四个知识点四个循环,曲线上一点处的切线不再以导数的几何意义出现,而是作为引出导数概念的一个实例出现;北师大版教材编排模式的特殊之处在于:平均变化率与瞬时变化率公用例题,即这里的例题不仅起到引导学生更好地掌握平均变化率知识的作用,同时也引出了瞬时变化率的知识,而且北师大版教材将导数概念与导数几何意义分两节呈现.(具体的编排顺序见表2)

表2 导数概念内容编排顺序表

选修2-2	人教A版	人教B版	苏教版	北师大版
编排模式	问题→平均变化率→实例→瞬时速度→瞬时变化率(导数概念)→例题→练习→导数的几何意义→例题→练习→习题1.1	问题→平均变化率→例题→练习→实例→瞬时变化率(导数)→例题→练习→导数的几何意义→例题→练习→习题1-1	问题→平均变化率→例题→练习→曲线上一点处的切线→例题→练习→瞬时速度(加速度)→例题→练习→瞬时变化率(导数)→例题→练习→习题1.1	问题→平均变化率→练习1→例题→瞬时变化率→练习2→习题2-1→导数概念→例题→练习→导数的几何意义→例题→练习→习题2-2
例题数量	3	7	7	7
习题数量	12	31	28	21

四版教材整体上都是以概念形成的方式引出导数概念,即通过实例归纳出在 $\Delta x$ 趋于0的情况下平均变化率趋于一个常数,这个常数就是瞬时变化率,从而给出了导数的概念.而“导数的几何意义”或者是“曲线上一点的切线”都是与学生之前学习的直线的斜率相关联的内容,因此这一部分的概念都是以概念同化的方式进行.不同的是苏教版教材把曲线上一点处的切线也作为为了引出导数概念的一个实例,微积分的创立与处理曲线的切线和物体运动的瞬时速度两类问题直接相关,因此苏教版教材的这种设置是符合学生的认知规律的,会使得学生归纳导数概念更加的容易,有助于学生对导数的理解,同时还可节省向学生解释导数几何意义的时间.人教A版教材的设计使得教师的教学负担减轻,例题与习题的数量保证了教师可以在同一节课完成导数概念的教学.而人教B版、苏教版、北师大版教材例习题较多,会使教师与学生的负担较重.

### 3. 理解视角的栏目设置分析

本文中的栏目设置只针对“导数概念”部分的教材.



人教A版教材的栏目形式较为丰富,有“正文”、“思考”、“探究”、“观察”、“旁注”等栏目,“思考”栏目是升华原问题引出新问题或是凸显问题背后的子问题;“探究”栏目是问题讨论背后的拓展与延伸,是更成熟的题源;“观察”栏目是前后内容之间联系的桥梁;“旁注”栏目是能够拓宽学生的知识面。<sup>[4]</sup>整个教材内容简洁明了,环环相扣,为教师的教学提供了广阔的思考空间。美中不足的是有些“思考”与“探索”内容更多的是为下文即将要引入的知识做铺垫,但是却与下文的“距离”较远,这使得教师很多时候会忽略这些栏目或者是教师需要在较短的时间内完成超量的教学任务,例如,教材1.1.1变化率问题一节最后的“思考”栏目是为1.1.3导数的几何意义做铺垫的,<sup>[6]</sup>这就需要教师在1~2个课时中完成3个课时的任务,否则这样的“思考”栏目的作用将大大降低。

人教B版教材中出现的栏目有:“正文”、“旁注”、“探索与研究”、“思考与讨论”,“旁注”是对特定知识或特定符号的说明与解释,能帮助学生更好地理解相对应的知识;“探索与研究”是引导学生进行探究性学习,升华知识。人教B版教材中的“旁注”较人教A版教材中更为详细,形式也更多样,与其他学科的联系也较为紧密。“探索与研究”内容相对来说难度较高,例如,教材1.1.2节中的探索与研究内容是“研究圆面积与圆周长的关系”,并且需要学生以此写一篇小论文,谈谈他们对导数概念的理解,<sup>[7]</sup>这样的设置更多的时候是被遗弃的。

苏教版教材中除“思考”、“探究”、“旁注”栏目外,还增设了“链接”、“EXCEL”栏目,这里的“EXCEL”栏目体现EXCEL可大幅度地减少复杂、重复计算所用时间的功能,教材中呈现的是运用EXCEL进行计算并得出结果的窗口,同时附上了对应单元格的公式,便于学生的自主学习;“链接”是所学内容在现实生活中的应用,这里的“链接”即是导数概念在经济学中的应用——边际函数,<sup>[9]</sup>同时边际函数在后面的教学内容中还会出现,这里的“链接”又同时起到承上启下的作用。“EXCEL”栏目的设置为教师提供了减轻教学负担的途径,也让学生意识到信息技术对数学学习的重要作用;“链接”内容紧跟“导数概念”内容出现,让学生及时地巩固导数概念,更好地理解导数概念。

北师大版教材中的栏目较少,除了“正文”,只有“思考交流”与“信息技术应用”栏目。这里的“思考交流”不同于前三版教材的“思考”,不是为后文做铺垫,而是对前文的深化巩固,例如,教材第33页出现的思考交流内容为:“举出生活中两个函数的实例,结合具体问题讨论它们在某一点处导数的实际意义”,<sup>[8]</sup>已经是所在章节的末尾,是为了让学生从实际出发理解导数的概念。

#### 四、结束语

人教A版教材中导数概念的嵌入模式更容易使学生建构起自身的知识网络,同时在编排模式方面,例题习题容量相对较少的设计大大减轻了学生和教师的负担,有利于学生对导数的理解;人教B版教材同样在导数概念的嵌入模式上更容易让学生理解导数概念,在栏目设置方面,有些内容要求过高、难度较大,对于学生的学业要求也相应较高;北师大版教材在编排模式上更加的合理,缓冲力度适中,同时在栏目的设置方面引入现代信息技术工具,学生可以亲身经历导数概念中包含的思想,更好地理解导数概念;苏教版教材在导数概念编排顺序方面及在栏目设置方面的独特设计使得学生有足够多的实例归纳出导数的概念,同时及时地巩固导数的概念,促使学生对导数概念的理解。

每一版本教材都有每一版本教材的特色,也有每一版本教材针对的学生人群,教师应根据学生的实际状况选择合适的课程进行教学,同时除借鉴每一版本的特色之处,还要使得教学更加有效地进行。

#### 参考文献:

1. 鲍建生,周超. 数学学习的心理基础与过程[M]. 上海:上海教育出版社,2009.
2. 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验)[M]. 北京:人民教育出版社,2003.
3. 宋宝和,郭兆明,房元霞. 变化率思想:高中开设微积分课程的价值[J]. 课程·教材·教法,2006(9).
4. 《基础教育教材建设丛书》编委会. 中小学教材的编写出版[M]. 北京:人民教育出版社,2003.
5. 房元霞,宋宝和. 没学过极限学生能学会导数吗——新课程“导数”概念教学的实验研究[J]. 数学通报,2007(9).
6. 课程教材研究所·中学数学课程教材研究开发中心. 普通高中课程标准实验教科书数学选修2-2(A版)[M]. 北京:人民教育出版社,2007.
7. 课程教材研究所·中学数学教材实验研究组. 普通高中课程标准实验教科书数学选修2-2(B版)[M]. 北京:人民教育出版社,2005.
8. 严士健,王尚志. 普通高中课程标准实验教科书数学选修2-2[M]. 北京:北京师范大学出版社,2008.
9. 单尊. 普通高中课程标准实验教科书数学选修2-2[M]. 南京:凤凰出版传媒集团江苏教育出版社,2008.
10. 王渭宁. 人教A版与北师大版高中数学教材比较研究——以“圆锥曲线与方程”为例[J]. 高中数学教与学,2015(8). **F**